LEHRBRIEFE FÜR DAS HOCHSCHULFERNSTUDIUM
Herausgegeben
von der Zentralstelle für das Hochschulfernstudium
des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen

ELEKTRONISCHE SCHALTUNGEN

5. LEHRBRIEF · Unveränderter Nachdruck

ANWENDUNG VON OPERATIONSVERSTÄRKERN

SELEKTIVE VERSTÄRKER

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN

9 492/5

ELEKTRONISCHE SCHALTUNGEN

5. Lehrbrief · Unveränderter Nachdruck 1977

Anwendung von Operationsverstärkern

Selektive Verstärker

Verfaßt
von Dr.-Ing. habil. Walter Nowak
Dozent an der Sektion Informationstechnik
der Technischen Universität Dresden

und Dr.-Ing. Jürgen Näser
Oberassistent und Lehrbeauftragter
an der Sektion Informationstechnik
der Technischen Universität Dresden

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN · 1977

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

13. Anwendung von Operationsverstärkern..... 3

13.1 Messung der Parameter von OV 3

13.1.1 Messung der Differenzverstärkung und der Gleichtaktunterdrückung..... 3

13.1.2 Messung der Eingangsströme..... 5

13.2 Kompensations- und Schutzmaßnahmen..... 7

13.2.1 Frequenzgangkompensation von OV..... 7

13.2.2 Kompensation von Offsetspannung und Eingangsströmen..... 9

13.2.3 Überlastungs- und Übersteuerungsschutz.. 11

13.3 Einsatz als Rechenverstärker..... 13

13.3.1 Addierschaltung, Subtrahierschaltung.... 14

13.3.2 Integratoren..... 15

13.4 Realisierung weiterer mathematischer Operationen 19

13.4.1 Differenzierschaltungen..... 19

13.4.2 Diodenfunktionsgeneratoren 21

13.4.3 Logarithmier- und Potenzierschaltungen.. 24

13.4.4 Multiplizierschaltungen, Dividierschaltungen..... 26

13.5 Weitere schaltungstechnische Anwendungen..... 28

13.5.1 Wechselspannungsverstärker..... 28

13.5.2 Konstantspannungsquellen..... 29

13.5.3 Konstantstromquellen..... 30

13.5.4 Komparatoren..... 32

13.5.5 Triggerschaltungen..... 34

Seite

13.6 Anwendungen in der Meßtechnik..... 37

13.6.1 Voltmeter, Amperemeter, Ohmmeter..... 37

13.6.2 Präzisionsgleichrichter..... 38

13.7 Einsatz als Regelverstärker..... 39

14. Selektive Verstärker..... 42

14.1 Abriß zur Filtertheorie..... 43

14.1.1 Tiefpaßfilter..... 43

14.1.2 Tiefpaß-Hochpaß-Transformation..... 46

14.1.3 Tiefpaß-Bandpaß-Transformation..... 46

14.2 Realisierung von Tiefpässen..... 50

14.3 Realisierung von Hochpässen..... 52

14.4 Realisierung von Bandpässen..... 53

14.4.1 Verstärker mit LC-Filtern..... 53

14.4.1.1 Überblick..... 53

14.4.1.2 Verstärkerstufe mit Schwingkreiskopplung..... 55

14.4.1.3 Vorteile von konzentrierter und verteilter Selektion..... 58

14.4.2 Passive RC-Bandpässe..... 59

14.4.3 Aktive C-Schaltungen..... 60

14.4.4 Aktive RC-Schaltungen..... 62

13. Anwendung von Operationsverstärkern

Mit dem Operationsverstärker (OV) steht ein Bauelement zur Verfügung, mit dem sich die vielfältigsten Aufgaben auf den Gebieten der

- Analogen Rechentechnik,
- Regelungstechnik,
- Schaltungstechnik und
- Meßtechnik

bequem lösen lassen.

Es ist das Ziel dieses Abschnittes, auf der Grundlage des in den Abschnitten 4, 1. Lbf. und 12.7, 4. Lbf. vermittelten Stoffes die grundsätzlichen Realisierungsprinzipien für OV-Schaltungen zu behandeln und an Hand typischer Beispiele aus den o. g. Gebieten die Bedeutung des OV als universelles Bauelement zu zeigen. Dabei wird der Begriff "Idealer OV" (vergl. Abschnitt 4.1, 1. Lbf.) eine wesentliche Rolle spielen.

Die technischen Parameter realer OV zwingen den Anwender, meist unabhängig von der zu realisierenden OV-Schaltung, zu einigen Maßnahmen (z. B. Überlastungsschutz, Offsetspannungs- und Eingangsstromkompensation u.a.), die neben den Meßverfahren für die OV-Parameter in diesem Abschnitt ebenfalls ausführlich behandelt werden.

13.1. Messung der Parameter von OV

50

13.1.1. Messung der Differenzverstärkung und der Gleichtaktunterdrückung

Bei der Messung der Differenzverstärkung liegt einer der wenigen Fälle vor, in denen der OV für die Meßspannung nicht gegengekoppelt werden kann. Auf Grund der Offsetspannungsdrift ΔU_o (vergl. Abschnitt 10.3.5, 4. Lbf.), die zu einer Temperaturdrift der Ausgangsspannung führt, kann v_{Diff} nur mit Wechselspannungen hinreichend genau gemessen werden.

Die Prinzipschaltung für geringe Differenzverstärkungen ist in Bild 4/1 a angegeben.

Durch den Spannungsteiler $R_2 \ll R_1$ kann erreicht werden, daß die zu messenden Spannungen u_1 und u_a nicht allzu unterschiedlich werden.

Es gilt

$$|v_{Diff}| = \frac{u_a}{u_{Diff}} = (1 + \frac{R_1}{R_2}) \cdot \frac{u_a}{u_1} \quad . \qquad (4/1)$$

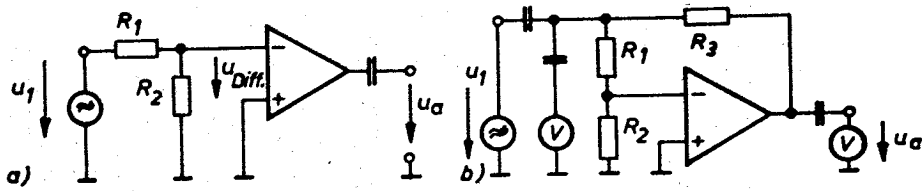


Bild 4/1 Meßschaltungen zur Messung der Differenzverstärkung

Da bei OV mit hohen Differenzverstärkungen $v_{Diff} = (10^4 \ldots 10^5)$ der Ausgang infolge der Offsetspannungsdrift praktisch immer übersteuert ist, muß eine Driftkompensation durch eine Gegenkopplung nach Bild 4/1 b vorgenommen werden.
Als Ersatzschaltung ergibt sich für Driftsignale der Elektrometerverstärker, so daß für die Driftverstärkung gilt

$$v_D = 1 + \frac{R_1 + R_3}{R_2} \quad . \qquad (4/2)$$

Mit diesen Schaltungen ist auch der Frequenzgang und bei Einsatz eines Phasenmessers auch der Phasengang eines unkompensierten oder eines frequenzgangkompensierten OV aufzunehmen.

Durch die direkte Messung der Gleichtaktverstärkung v_{Gl} in der Schaltung nach Bild 4/2 a ist die Gleichtaktunterdrückung bestimmbar.

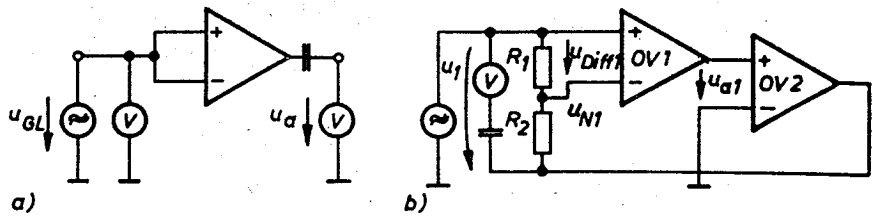


Bild 4/2 a) Meßschaltung zur Messung der Gleichtaktverstärkung
b) Meßschaltung zur Messung der Gleichtaktunterdrückung

Da $v_{Gl} \ll v_{Diff}$, kann in dieser Schaltung der Spannungsteiler entfallen. Bezüglich der Drift gelten aber die gleichen Verhältnisse wie oben, so daß die Schaltung nach Bild 4/2 a nur für OV mit relativ kleinen Differenzverstärkungen brauchbar ist.
Eine driftkompensierte Meßschaltung für die Gleichtaktunterdrückung des OV 1 zeigt Bild 4/2 b.
Auf Grund der Gegenkopplung vom Ausgang des OV 2 über R_2 wird $u_{a1} = u_{Diff2}$ nahezu null. Laut Abschnitt 4. des 1. Lbf. folgt

$$u_{a1} = v_{Diff1}\, u_{Diff1} + v_{Gl1}\, u_{Gl1} = v_{Diff1}\left(u_{Diff1} + \frac{1}{G_1}\, u_{Gl1}\right) = 0,$$

so daß gilt

$$|G_1| = \frac{|u_{Gl1}|}{|u_{Diff1}|} \quad .$$

Weiterhin folgt aus Bild 4/2 b

$$u_{Diff1} = u_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{und wegen } u_{Diff1} \to 0 \qquad u_{P1} \approx u_{N1} \approx u_{Gl1},$$

so daß schließlich gilt

$$\boxed{|G_1| = \left|\frac{u_{P1}}{u_1}\right| \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad . \qquad (5/1)$$

13.1.2. Messung der Eingangsströme

100

Zur Messung der oft sehr kleinen Eingangsströme I_P und I_N bzw. ihrer Differenz, des Offsetstromes $I_o = I_P - I_N$, kann der zu untersuchende OV selbst als Anzeigeverstärker benutzt werden (vergl. Bild 5/1).

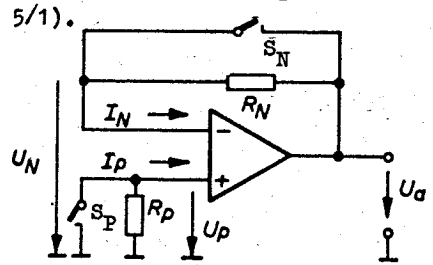


Bild 5/1 Meßschaltung zur Bestimmung der Eingangsströme I_P, I_N

Sind beide Schalter S_P und S_N geschlossen, dann ist nur noch die Offsetspannung U_o wirksam. Diese wird mit der im Abschnitt 13.2.2 behandelten Methode kompensiert und braucht folglich nicht mehr beachtet zu werden.
Öffnet man nun S_N, dann erzeugt I_N an R_N den Spannungsabfall $I_N R_N$ und es gilt wegen $U_P = 0$ und $U_N = U_a/v_{Diff} \longrightarrow 0$

$$\boxed{U_a = I_N R_N} \quad . \qquad (6/1)$$

Bei bekanntem, hinreichend großem R_N ist der Strom I_N also bequem zu berechnen.
Für kleine Eingangsströme (< 10 nA) wird der Widerstand R_N zweckmäßig durch einen Kondensator C_N ersetzt.

A 6/1 : Berechnen Sie für den Fall, daß in Bild 5/1 R_N durch C_N ersetzt ist, die Ausgangsspannung U_a
a) allgemein,
b) für die Zahlenwerte $C_N = 100$ pF, $I_N = 1$ pA.

L 6/1 : a) $U_a = U_C = \frac{1}{C}\int I_N \, dt$, $I_N = C\,\frac{dU_a}{dt} \approx C\,\frac{\Delta U_a}{\Delta t}$ (6/2)

b) $\Delta U_a/V = 10^{-2} \cdot \Delta t/\text{sec}$.

In analoger Weise läßt sich I_P messen, indem man S_N schließt und S_P öffnet.
Die Schaltung arbeitet dann als sog. "Spannungsfolger" (vergl. Abschnitt 14.2) und es gilt

$$\boxed{I_P = -U_a/R_P} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{I_P = -C_P\frac{\Delta U_a}{\Delta t}} \; . \qquad (6/3)$$

Den Offsetstrom bestimmt man zweckmäßig nicht über die Differenz $I_o = I_P - I_N$, da dies zu ungenauen Ergebnissen führen würde, sondern man mißt für geöffnete Schalter S_P und S_N die Ausgangsspannung U_a für den Fall $R_N = R_P = R$, bzw. $C_N = C_P = C$.

$$\boxed{I_o = I_P - I_N = -\frac{U_a}{R}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{I_o = -C\frac{\Delta U_a}{\Delta t}} \; . \qquad (6/4)$$

13.2. Kompensations- und Schutzmaßnahmen

13.2.1. Frequenzgangkompensation von OV

200

Wie im Abschnitt 12.1 des 4. Lbf. dargelegt, treten in mehrstufigen Verstärkern, also auch in OV, innere Phasendrehungen infolge der Grenzfrequenzen der einzelnen Verstärkerstufen auf. Die OV werden meist in Schaltungen mit starken und auch variablen Gegenkopplungen betrieben. Durch die inneren Phasendrehungen kann nun aus der ursprünglichen, bei niedrigen Frequenzen realisierten reellen Gegenkopplung eine Mitkopplung werden, die bei gleichzeitiger Erfüllung der Selbsterregungsbedingung $|k' v'| \geq 1$ zur Selbsterregung der Schaltung führt.
Durch die Frequenzgangkompensation muß deshalb gesichert werden, daß bei der sog. "180°-Frequenz" ω_π , bei der die Gesamtphasendrehung der Schleifenverstärkung 0 oder 2π geworden ist, die Betragsbedingung $|k' v'| \geq 1$ unter allen vorkommenden Bedingungen für k' nicht mehr erfüllt ist.
Dies wird bei den OV mit den gleichen Maßnahmen erreicht, die im Abschnitt 12.1 , 4. Lbf. behandelt wurden.

A 7/1 : Lesen Sie die Abschnitte 12.1.1 und 12.1.3 im 4. Lbf. noch einmal nach !

Vom Hersteller werden meist die für die Kompensation erforderlichen C- und R-Werte als Funktion der Verstärkung v' angegeben.

Beim Operationsverstärker A 109 wird die Standard-Frequenzgangkompensation in der in Bild 8/1 gezeigten Weise vorgenommen (vergl. auch Bild 54/1, 4. Lbf.).
Das externe RC-Glied R_a, C_a ist als Rückkopplung zwischen die Basis und den Kollektor des Ersatztransistors der Darlingtonschaltung T4, T6 geschaltet. An der Basis von T4 wird demzufolge der dynamische Ersatzwiderstand

$$R_a'' = R_a/v_2 + 1/j\omega\, v_2 C_a$$

(vergl. Abschnitt 9.4.2, 3. Lbf.) mit v_2 nach A 60/1 des 4. Lbf. wirksam. Dadurch wird die Verwendung größerer externen Kompen-

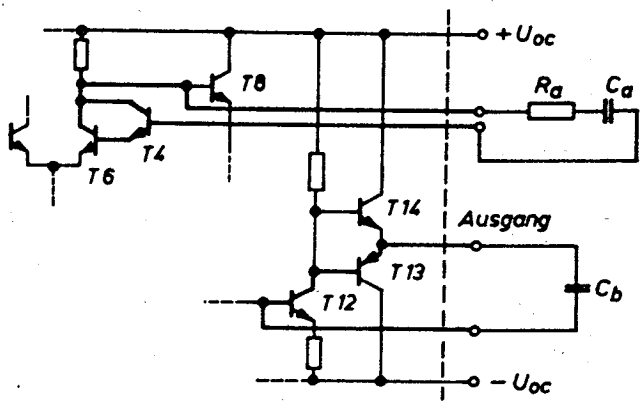


Bild 8/1 Standard-Frequenzgangkompensation beim A 109

sationskapazitäten vermieden.
Das so an der Basis von T4 entstandene RCR-Glied schafft im Bereich niedriger Frequenzen den benötigten $1/\omega$ -Abfall (20dB/Dekade).
Im anschließenden Frequenzbereich setzt die Wirkung der Kompensationskapazität C_b ein, die über die Basis-Emitterstrecke von T13 ebenfalls als Rückkopplungskapazität zwischen Basis und Kollektor von T12 geschaltet ist.
Die entsprechende dynamische Kapazität $C_b' \approx v_4 C_b$ bewirkt einen Abfall der Grenzfrequenz der in Basisschaltung arbeitenden Transistorstufe T9 (v_4 nach Aufgabe 60/1 des 4. Lbf.).

Die folgenden Zahlenangaben dienen der Vermittlung einer Größenvorstellung für die beim A 109 üblichen C- und R-Werte:

$$\left.\begin{array}{rcl} 10\ \text{pF} \leqq & C_a & \leqq 5000\ \text{pF} \\ 3\ \text{pF} \leqq & C_b & \leqq 200\ \text{pF} \\ & R_a & \leqq 1{,}5\ \text{k}\Omega \end{array}\right\} \quad \text{für} \quad 10^3 \geqq v' \geqq 1.$$

Wegen der hohen Verstärkung des A 109 besteht infolge innerer parasitärer Rückkopplungen auch bei fehlender äußerer Rückkopplung bereits Schwinggefahr. Deshalb ist dieser Verstärker immer mit den o. g. Mindestwerten C_a = 10 pF und C_b = 3 pF zu beschalten.

Auf Grund dessen, daß die beschriebene Kompensation durch die negative Zusatzphasendrehung der verwendeten RC- oder RCR-Glieder zustande kommt, bezeichnet man sie in der OV-Technik auch als Nacheil- oder LAG-Kompensation.
Es sei noch erwähnt, daß in einigen OV eine zusätzliche Voreil- oder LEAD-Kompensation vorgesehen ist. Sie beruht darauf, daß die zweitniedrigste Grenzfrequenz erhöht wird (siehe hierzu auch Abschnitt 13.7). Der Vorteil besteht in der höheren Gesamtgrenzfrequenz des Verstärkers.

13.2.2. Kompensation von Offsetspannung und Eingangsströmen [100]

Auf Grund technisch bedingter Unsymmetrien insbesondere der Eingangsstufe, besitzen OV praktisch eine Übertragungskennlinie nach Bild 9/1.

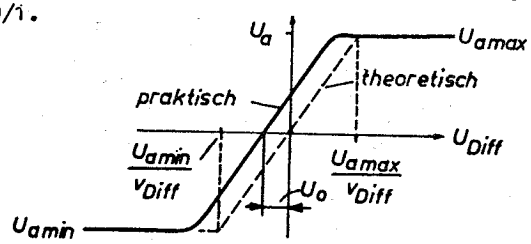


Bild 9/1 Übertragungskennlinie realer Operationsverstärker

Für die meisten OV-Schaltungen ist jedoch die Bedingung

$$U_a = 0 \quad \text{für} \quad U_{Diff} = 0$$

erforderlich, es muß also eine Kompensation der sog. "Offsetspannung" U_o erfolgen.
Bei den OV aus diskreten Elementen sind dazu spezielle Nullpunkteinstellregler in der Eingangsstufe vorgesehen (vergl. Abschnitt 10.3.4, 3. Lbf.).
Auch bei integrierten OV können entsprechende "Balance"-Anschlüsse vorhanden sein, an denen durch Spannungsaufschaltung eine Nullpunkteinstellung vorgenommen werden kann.
In Bild 10/1 a,b sind die Varianten der äußeren Kompensation angegeben, die praktisch immer anwendbar sind.
Bei der Variante nach Bild 10/1 a wird in voller Analogie zu der im Abschnitt 10.3.4, 3. Lbf. beschriebenen Methode über einen

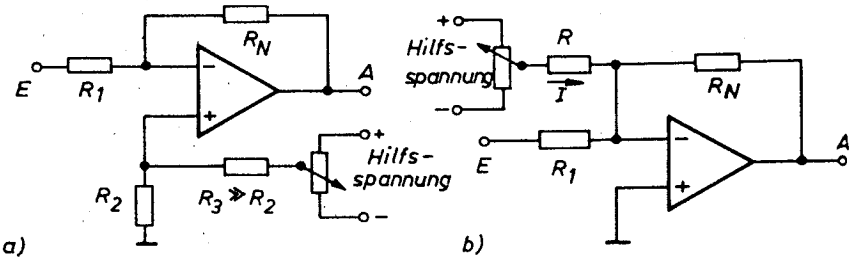


Bild 10/1 Offsetspannungskompensation beim OV

Spannungsteiler die Offsetspannung U_o kompensiert. Der Teilerwiderstand $R_3 \gg R_2$ dient der besseren Einstellbarkeit der Kompensationsspannung. Diese Spannungseinspeisung ist vor allem dort brauchbar, wo nur ein Signaleingang benötigt wird.

Bei der Variante nach Bild 10/1 b wird z. B. am Signaleingang eines Umkehrverstärkers hochohmig über R = (1...50) MΩ ein regelbarer Strom eingespeist, der am Ausgang den Spannungsabfall $I(R_N \parallel R_1)$ und damit gerade die Offsetspannungskompensation bewirkt.

Die Eingangsruheströme der OV, d. h. z. B. die Basisströme der ersten Differenzstufe sind dann ohne Einfluß auf die OV-Schaltung , wenn die durch sie an den beiden Eingängen hervorgerufenen Spannungsabfälle gleich sind, so daß keine störende, zusätzliche Differenzansteuerung zustande kommt.

Da diese störenden Eingangsspannungen durch die an den Eingängen angeschlossenen Widerstände bestimmt werden, braucht man im Prinzip nur dafür zu sorgen, daß die Eingänge mit etwa gleichen resultierenden Widerständen beschaltet sind, denn auch die Eingangsströme I_P und I_N sind etwa gleich.

In Bild 11/1 a ist die Eingangsstromkompensation nach dem eben genannten Prinzip an einem Umkehrverstärker und in Bild 11/1 b an einer Subtrahierschaltung dargestellt.

Der Widerstand R_P in Bild 11/1 a ist dabei für die prinzipielle Funktion des Umkehrverstärkers unnötig, er wird lediglich zur Ruhestromkompensation zusätzlich benötigt.

In Bild 11/1 b dagegen sind die Widerstände R_2 und R_P (ebenso wie die Widerstände R_1 und R_N) für die Funktion der Schaltung notwendig.

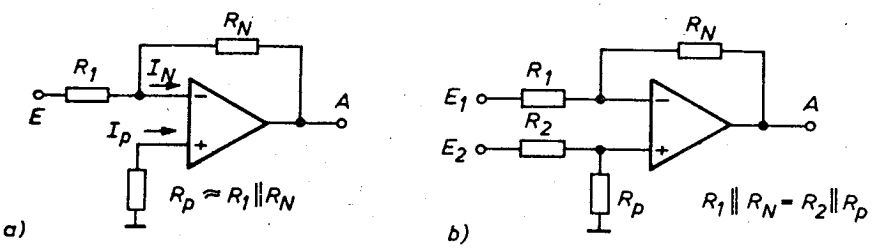


Bild 11/1 a) Ruhestromkompensation an einem Umkehrverstärker
b) Ruhestromkompensation an einem Subtrahierer

Sie werden lediglich so bemessen, daß sie gleichzeitig die Funktion der Ruhestromkompensation mit erfüllen.

Eine Möglichkeit, die Ruheströme direkt zu kompensieren besteht darin, in den Eingang einen entgegengesetzt gleichen Strom einzuspeisen, wie dies z. B. durch den pnp-Transistor in Bild 11/2 vorgenommen wird. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Eingangstransistoren des OV vom npn-Typ sind.

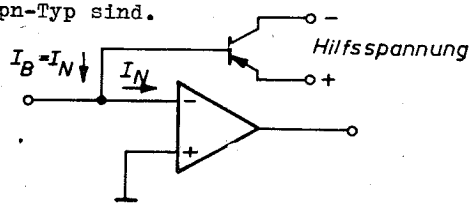


Bild 11/2
Kompensation des Ruhestromes I_N durch Stromeinspeisung

13.2.3. Überlastungs- und Übersteuerungsschutz [50]

Zu eingangsseitigen Überlastungen kommt es, wenn U_P und/oder U_N einen höchstzulässigen Wert überschreiten. Dieser Wert liegt meist in der Größenordnung der Betriebsspannung des OV.
Ist z. B. der OV eines Umkehrverstärkers mit Gegenkopplung übersteuert, d. h. ist $U_a = U_{a\,max} = \text{const}$ unabhängig von U_{Diff} erreicht (vergl. Bild 9/1), so fällt die Regelwirkung auf die Spannung $U_{Diff} = - U_N$ weg und U_N steigt mit der Eingangsspannung U_e unter Umständen unzulässig an, so daß die Eingangstransistoren des OV gefährdet sind.
Einen wirksamen Schutz gegen solche eingangsseitigen Überlastungen gewährt die Schaltung nach Bild 12/1 a, indem U_N durch die

antiparallelen Dioden auf deren Flußspannung von (0,5...0,6) V begrenzt wird.

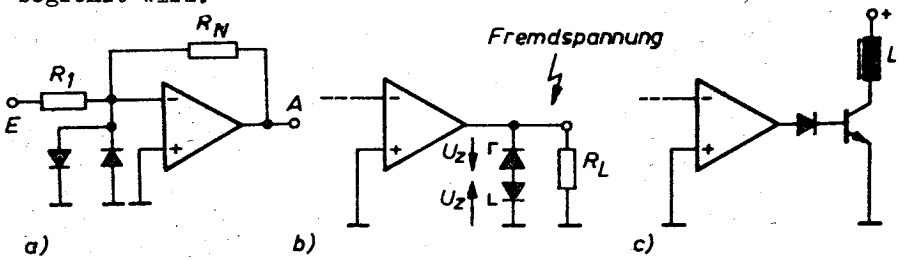


Bild 12/1 a) Eingangsseitiger Überlastungsschutz
b) Ausgangsseitiger Überlastungsschutz mit Z-Dioden
c) Ausgangsseitiger Überlastungsschutz mit Trenntransistor

Beim nichtinvertierenden Verstärker mit Gegenkopplung ist dagegen diese Methode nicht anwendbar, da dort die Eingangsspannung $U_e = U_P$ und die Spannung am Gegenkopplungseingang U_N im allgemeinen größer als die Flußspannung von Dioden sind.

Der Ausgang von OV wird meist für zeitlich begrenzte Kurzschlüsse kurzschlußfest ausgelegt (beim A 109 z. B. für 5 sec), so daß eine ausgangsseitige Überlastung lediglich durch Fremdspannungen zustandekommen kann.
In der Schaltung nach Bild 12/1 b werden äußere Fremdspannungen, gleichgültig welcher Polarität, auf $|U_Z|$ begrenzt. Dabei muß natürlich die Bedingung $|U_Z| > U_{a\ max}$ gelten, sonst wird die Nutzausgangsspannung des OV begrenzt.
Induktive Spannungsspitzen, die z. B. beim Schalten eines Relais L durch den OV entsprechend Bild 12/1 c auftreten, können durch einen Trenntransistor vom Ausgang des OV ferngehalten werden.

Wurden OV übersteuert, so benötigen sie eine sog. "Erholzeit" von (0,2 ...1) ms, um aus der Übersteuerung herauszukommen, diese relativ lange Erholzeit zwingt oft zu Maßnahmen zum Übersteuerungsschutz. Die einfachste Möglichkeit besteht z. B. beim invertierenden Verstärker in der Verwendung von Klemmdioden nach Bild 13/1 a. Diese gehen jedoch in den resultierenden Widerstand

$R_{N\,res}$ ein und verändern die Dimensionierung.

Die wesentlich aufwendigere Klemmschaltung mit einer Diodenbrücke nach Bild 13/1 b hat dagegen nur einen geringen Einfluß auf das Rückkopplungsnetzwerk.

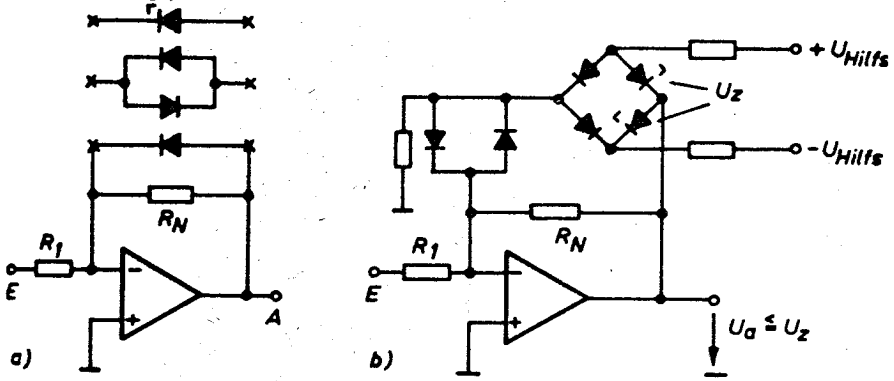


Bild 13/1 a) Übersteuerungsschutz mittels Klemmdioden
b) Übersteuerungsschutz mittels Diodenbrücke

13.3. Einsatz als Rechenverstärker

Der im Abschnitt 6.2 des 2. Lbf. bereits ausführlich behandelte invertierende Verstärker mit Gegenkopplung (Umkehrverstärker) hat als Ausgangspunkt für die in der Analogrechentechnik benötigten Rechenverstärker grundlegende Bedeutung erlangt.
Wie im folgenden noch gezeigt wird, bildet er die Grundlage für die

- Inverter-
- Addier-
- Integrier-

] - Schaltungen.

Zum besseren Verständnis der prinzipiellen Zusammenhänge werden die OV in den künftig zu behandelnden OV-Schaltungen in der Regel als ideal angenommen (vergl. Abschnitt 4.1, 1. Lbf.).
Dann kann das Verhalten der OV-Schaltungen mit folgendem Ansatz einfach berechnet werden:

Wegen $r_{Diff} = \infty$ wird $i_p = i_N = 0$ gesetzt und/oder	(13/1)
wegen $v_{Diff} = \infty$ wird $u_{Diff} = 0$ gesetzt.	(13/2)

13.3.1. Addierschaltung, Subtrahierschaltung

Die Prinzipschaltung eines invertierenden Addierers mit z. B. 3 Eingängen ist in Bild 14/1 angegeben.

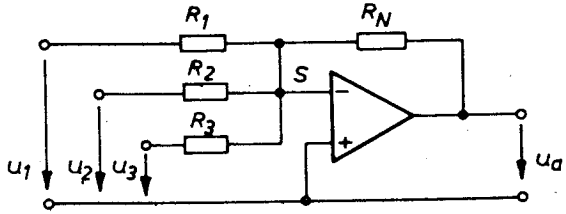


Bild 14/1 Addierschaltung mit drei Eingängen

Mit den Voraussetzungen (13/1) und (13/2) gilt für den Summationspunkt S

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} + \frac{u_a}{R_N} = 0 \qquad (14/1)$$

und damit für die Ausgangsspannung

$$\boxed{u_a = - R_N(u_1/R_1 + u_2/R_2 + u_3/R_3)} \; . \qquad (14/2)$$

Die Ausgangsspannung ist proportional der Summe der mit Koeffizienten R_N/R_ν bewerteten Eingangsspannungen u_ν .

Für $R_1 = R_2 = R_3 = R$ sind die Eingänge gleichberechtigt

$$\boxed{u_a = - \frac{R_N}{R}(u_1 + u_2 + u_3)} \; . \qquad (14/3)$$

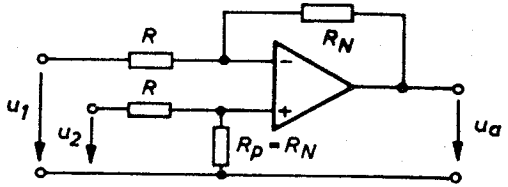
Der Spezialfall des Inverters (Negators) ist für $R_1 = R_N$ und $R_2 = R_3 = \infty$ gegeben,

$$\boxed{u_a = - u_1} \; . \qquad (14/4)$$

In der Schaltung nach Bild 14/1 kann der P-Eingang zur Offsetspannungs- und Eingangsstromkompensation verwendet werden, wie dies im Abschnitt 13.2.2 beschrieben wurde.
Obwohl in Verbindung mit zusätzlichen Invertern die Schaltung nach Bild 14/1 auch zur Differenzbildung geeignet ist, sei hier noch eine einfachere Subtrahierschaltung angegeben.

A 15/1 : Gegeben ist folgende OV-Schaltung nach Bild 15/1:

Bild 15/1



Berechnen Sie die Ausgangsspannung u_a als Funktion der Eingangsspannungen u_1 und u_2 unter der Voraussetzung, daß ein idealer OV vorliegt!

L 15/1 : Mit der Annahme $i_N = i_P = 0$ gilt für die beiden Eingänge

$$\frac{u_1 - u_N}{R} = -\frac{u_a - u_N}{R_N} \quad , \quad \frac{u_2 - u_P}{R} = \frac{u_P}{R_P} \quad .$$

Durch Subtraktion folgt aus diesen Gleichungen

$$\frac{u_1 - u_2}{R} + \frac{u_P - u_N}{R} = -\frac{u_a}{R_N} + \frac{u_P - u_N}{R_N}$$

und mit der Bedingung $(u_P - u_N) = u_{Diff} = 0$

$$\boxed{u_a = -\frac{R_N}{R}(u_1 - u_2)} \Rightarrow \text{Subtrahierer.} \qquad (15/1)$$

Für eine genaue Differenzbildung, insbesondere für die Bildung kleiner Differenzen, ist erforderlich, daß

(1.) der verwendete OV eine möglichst hohe Gleichtaktunterdrükkung besitzt, da die Gleichtaktspannung in der Größenordnung der Eingangsspannung liegt und wesentlich größer als die Differenzspannung u_{Diff} ist;

(2.) die Widerstandsverhältnisse R_N/R am P- und am N-Eingang genau gleich sind.

13.3.2. Integratoren

160

Die Prinzipschaltung eines Umkehrintegrators zeigt das Bild 16/1. Unter den Voraussetzungen (13/1) und (13/2) gilt

$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = -i_C = -C_N \frac{du_a}{dt}, \quad \frac{du_a}{dt} = -\frac{1}{R_1 C_N} \cdot u_1$$

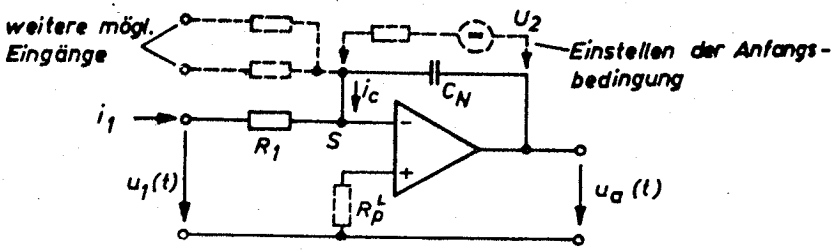


Bild 16/1 Umkehrintegrator

und schließlich nach erfolgter Integration

$$u_a(t) = -\frac{1}{R_1 C_N}\int_0^t u_1(t)\,dt + U_a(t=0)\,. \qquad (16/1)$$

Für $u(t) = U^{L} e^{j\omega t}$ und $\frac{d}{dt} = j\omega$ folgt aus Gl. (16/1)

$$U_a^{L} / U_1^{L} = -1/j\omega C_N R_1\,. \qquad (16/2)$$

Der Integrator besitzt also eine mit $1/\omega$ (d.h. mit 20 dB/Dek.) fallende Übertragungskurve (vergl. Abschnitt 13.7).

Die Größe $1/R_1 C_N$ heißt Übertragungskonstante oder Integrationszeitkonstante. Wählt man z. B. $R_1 C_N = 1$ s, so wird die Rechenzeit zur wirklichen Zeit.

Die Spannung $U_a(t=0)$ stellt eine Anfangsbedingung dar, die man z. B. durch Anlegen einer erdfreien Spannung $U_2 = U_a(t=0)$ an C_N einstellen kann (vergl. Bild 16/1).

Steht keine erdfreie Spannung zur Verfügung, so verfährt man in der in Bild 16/2 dargestellten Weise.

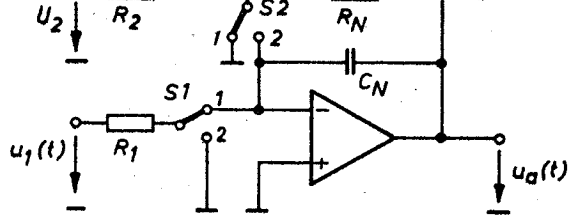


Bild 16/2 Einstellung der Anfangsbedingung $U_a(t=0)$

Stehen beide Schalter in der Stellung "2", arbeitet der OV für U_2 als Umkehrverstärker mit Gegenkopplung und es stellt sich

$$U_a(t=0) = -\frac{R_N}{R_2} \cdot U_2 \qquad (17/1)$$

als Anfangsbedingung ein.

Für die Schalterstellung "1" arbeitet die Schaltung als Integrator.

Die Offsetspannung und die Eingangsströme können insbesondere beim Integrator erheblich stören, da sich ihre Wirkungen zeitlich summieren. So ruft z. B. eine konstante Offsetspannung U_o gemäß Gl. (16/1) eine zeitproportionale Ausgangsspannungsänderung

$$\Delta U_a = -\frac{1}{C_N R_1} U_o \, \Delta t \qquad (17/2)$$

hervor.

Die Kompensation der Offsetspannung ist mit Hilfe der Methode nach Abschnitt 13.2.2 möglich. Ihre Wirkung ist jedoch gegenüber derjenigen, die die bei OV mit bipolaren Transistoren üblichen Eingangsströme in der Größenordnung von μA hervorrufen, ohnehin zu vernachlässigen.

A 17/1 : Gegeben ist ein Integrator nach Bild 16/1 mit einem r e a l e n OV und den Daten
$C_N = 1\ \mu F$, $R_1 = 100$ kOhm, $I_N = I_P = 1\ \mu A$.

1. Berechnen Sie die infolge des Eingangsstromes I_N auftretende Fehlanzeige $\Delta U_a(t)$ allgemein und als Zahlenwert!
2. Berechnen Sie $\Delta U_a(t)$ nach Gl. (17/2) für eine Offsetspannung $U_o = 1$ mV und vergleichen Sie mit dem Wert nach 1.
3. Berechnen Sie den komplexen Kompensationswiderstand R_P^{ι} (in Bild 16/1 gestrichelt eingezeichnet)! Verwenden Sie dabei zweckmäßig die komplexe Schreibweise U_1^{ι} , U_a^{ι}, R_1^{ι}, R_N^{ι} !

L 17/1 : Für den Summationspunkt S gilt bei realem OV

$$I_1 + I_C - I_N = 0 \quad \text{bzw.} \quad U_1/R_1 + C\frac{dU_a}{dt} - I_N = 0 .$$

Durch Integration gewinnt man

$$U_a(t) - U_a(t=0) = -\frac{1}{C_N R_1}\int U_1 dt + \frac{I_N}{C_N}\int dt \ .$$

Der Vergleich mit Gl. (16/1) für den idealen Fall liefert die Fehlanzeige

$$\Delta U_a(t) = \frac{I_N}{C_N}\cdot t.$$

Zahlenwert: $\Delta U_a(t) = \underline{1\ V\cdot t/s}$.

2. Für U_o = 1 mV liefert Gl. (17/2) lediglich $\Delta U_a = \underline{10\ mV\cdot t/s}$. Der Einfluß des Eingangsstromes überwiegt also bei weitem!

3. Für den N-Eingang gilt,

$$\frac{U_1^{\llcorner}-U_N^{\llcorner}}{R_1} + \frac{U_a^{\llcorner}-U_N^{\llcorner}}{R_N} - I_N^{\llcorner} = 0$$

für den P-Eingang gilt

$$U_P^{\llcorner} = -\ I_P^{\llcorner}\, R_P^{\llcorner} \approx U_N^{\llcorner} \ .$$

Daraus folgt nach einfacher Zwischenrechnung

$$\frac{U_1^{\llcorner}}{R_1^{\llcorner}} + \frac{U_a^{\llcorner}}{R_N^{\llcorner}} + \left[I_P^{\llcorner}\, R_P^{\llcorner} \left(\frac{1}{R_1^{\llcorner}} + \frac{1}{R_N^{\llcorner}} \right) - I_N^{\llcorner} \right] = 0 \ .$$

Der 1. Term liefert wieder die Gleichung (16/2).
Damit der 2. Term verschwindet, muß bei $I_N^{\llcorner} = I_P^{\llcorner}$ gelten

$$R_P^{\llcorner} = R_1^{\llcorner} \| R_N^{\llcorner} = R_1^{\llcorner} \| \left(\frac{1}{j\omega C_N} \right) \ . \qquad (18/1)$$

Für eine zeitunabhängige bzw. frequenzunabhängige Kompensation muß also ein nach Gl. (18/1) dimensioniertes RC-Glied an den P-Eingang geschaltet werden.

In Analogie zur Schaltung nach Bild 14/1 läßt sich ein Summationsintegrator aufbauen, indem weitere Widerstände R_2, R_3 usw. auf den Summationspunkt führen (in Bild 16/1 gestrichelt gezeichnet). Anstelle der Gl. (16/1) gilt dann (18/2)

$$u_a(t) = -\frac{1}{C_N}\int_0^t \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} + \ldots \right) dt + U_a(t=0) \ .$$

Entsprechend gewinnt man aus der Schaltung nach Bild 15/1 einen Differenzintegrator, indem die Widerstände $R_N = R_P$ durch je einen Kondensator C_N ersetzt werden.

Anstelle der Gleichung (15/1) gilt dann

$$u_a(t) = -\frac{1}{C_N R} \cdot \int_0^t (u_1 - u_2)\, dt \quad + U_a(t=0) \quad . \qquad (19/1)$$

13.4. Realisierung weiterer mathematischer Operationen

13.4.1. Differenzierschaltungen

90

Die Prinzipschaltung eines Differentiators zeigt Bild 19/1. Es liegt ein invertierender Verstärker mit frequenzabhängiger Gegenkopplung vor.

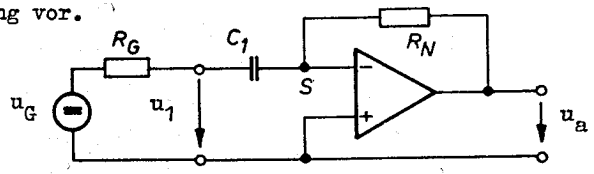


Bild 19/1 Differenzierschaltung

Für einen idealen OV gilt für den Summationspunkt S

$$C_1 \frac{du_1}{dt} = -\frac{u_a}{R_N} \quad \text{und damit} \quad \boxed{u_a = -C_1 R_N \frac{du_1}{dt}} \quad . \qquad (19/2)$$

Für $u(t) = U^{\perp} e^{j\omega t}$ und $d/dt = j\omega$ folgt daraus

$$\frac{U_a^{\perp}}{U_1^{\perp}} = -j\omega C_1 R_N \, . \qquad (19/3)$$

Der Differentiator besitzt eine mit ω, d. h. mit 20 dB/Dekade steigende Übertragungskurve.

Die Prinzipschaltung nach Bild 19/1 besitzt jedoch schwerwiegende Nachteile:

- Wegen des äußeren RC-Gliedes, welches innerhalb der Gk-Schleife eine zusätzliche negative Phasendrehung bis gegen -90 ° bewirkt, zeigt die Schaltung eine starke Schwingneigung.
- Entsprechend der Übertragungsfunktion Gl. (19/3) wird der hochfrequente Anteil des Rauschspektrums gegenüber dem als bandbegrenzt vorauszusetzendem Eingangssignal stark betont, so daß sich ein ungünstiges Signal-Rauschverhältnis ergibt.

Die Schaltung besitzt für höhere Frequenzen einen sehr niedrigen Eingangswiderstand $R_e^{\perp} \approx 1/j\omega C_1$, so daß sie nur in Verbindung mit extrem niedrigen Generatorwiderständen als Differentiator arbeitet.

Aus den genannten Gründen muß die Prinzipschaltung für eine praktische Anwendung abgewandelt werden, indem R_1 und im allgemeinen auch noch C_N eingefügt werden (Bild 20/1 a). Die sich dann ergebende Übertragungsfunktion ist schematisch in Bild 20/1 b dargestellt.

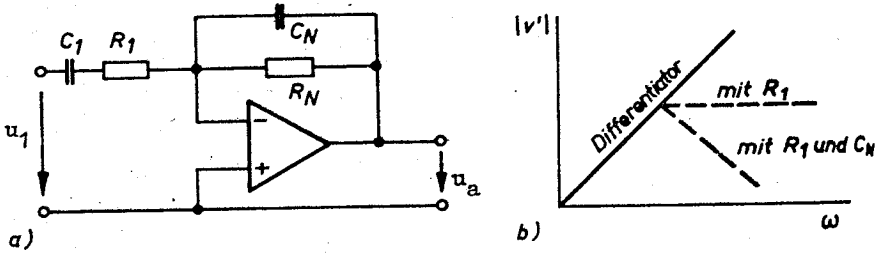


Bild 20/1 a) Praktische Differenzierschaltung
b) Übertragungsfunktion zu a)

Mit R_1 arbeitet die Schaltung also nur für

$$1/\omega C_1 \gg R_1 \qquad \text{d. h. für} \quad \omega \ll \omega_1 = 1/C_1 R_1$$

als Differentiator.
Für höhere Frequenzen wird die Verstärkung auf den Wert $(-R_N/R_1)$ begrenzt, oder sogar wieder abgesenkt, wenn auch C_N vorhanden ist.
Mit R_1 und C_N arbeitet die Schaltung nämlich für Frequenzen

$$\omega > \omega_1 \quad \text{und} \quad \omega > 1/C_N R_N$$

als Integrator (vergl. Abschnitt 13.3.2).
Die Schaltung nach Bild 20/1 a zeigt also zunächst differentiales und mit steigender Frequenz schließlich proportionales bzw. integrales Verhalten (vergl. Abschnitt 13.7).
Eine günstige praktische Dimensionierung liegt für

$$\boxed{C_1 R_1 = 1/\omega_1 = C_N R_N}$$

vor.

Eine Auswertung des Übertragungsverhaltens der Schaltung liefert dann, daß für $\omega \leqq 0{,}1\,\omega_1$ der Fehler des Betrages der Ausgangsspannung $\leqq 1\%$ und der Phasenfehler $\leqq 11^\circ$ bleiben.

13.4.2. Diodenfunktionsgeneratoren

150

In der analogen Rechentechnik werden vielfach Funktionen benötigt, die von den zur Verfügung stehenden aktiven Bauelementen nicht direkt geliefert werden können.
Die übliche Methode besteht darin, diese Funktionen durch die Kennlinien vorgespannter Dioden stückweise anzunähern, dazu dienen die sog. "Diodenfunktionsgeneratoren".
Die Prinzipschaltung eines Diodenfunktionsgenerators für positive Spannungen U_e zeigt das Bild 21/1 a.

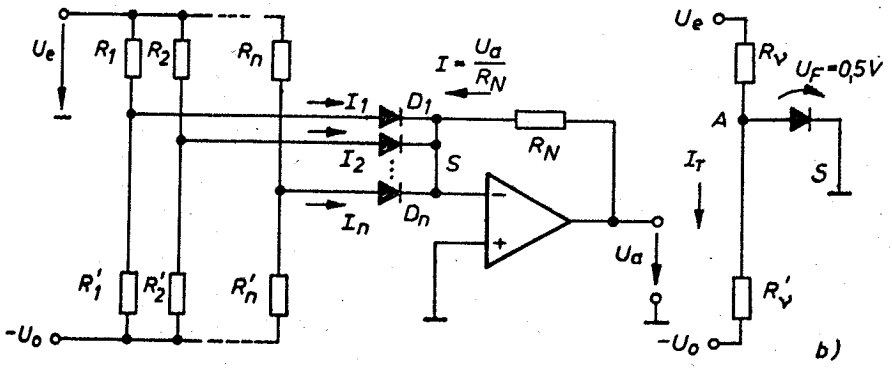


Bild 21/1 Diodenfunktionsgenerator

Für $U_e < 0$ sind infolge der negativen Betriebsspannung $U_0 < 0$ alle Dioden D 1 ... D n gesperrt, und es ist $I_1 + I_2 + \ldots = 0$. Für steigende Eingangsspannungen sollen nun die Dioden D 1...D n nacheinander öffnen und die Ströme $I_1 \ldots I_n$ in den Summationspunkt S einspeisen. Mit dem Ansatz nach Gl. (14/1) gilt dann

$$U_a = - R_N \, (I_1 + I_2 + \ldots + I_n), \qquad (21/1)$$

und die Übertragungskurve $U_a = f(U_e)$ zeigt den in Bild 22/1 schematisch dargestellten Verlauf.
Nimmt U_e z. B. den Wert $U_{ev} > 0$ an, so sei am Punkt A im

Bild 21/1 b gerade die Flußspannung der Diode von $U_F \approx 0{,}5$ V erreicht und die Diode D_ν beginnt zu leiten.

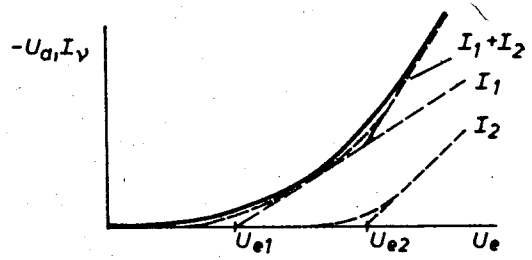


Bild 22/1

Wegen des praktisch konstant bleibenden Spannungsabfalles über der Diode fließt für $U_e > U_{e\nu}$ der Strom

$$I_\nu = (U_e - U_F)/R_\nu \qquad (22/1)$$

durch die Diode D_ν auf den Summationspunkt S (vergl. Bild 21/1 b). Der Widerstand R_ν bestimmt dabei die Steigung

$$\Delta I_\nu \,/\, \Delta U_e$$

der approximierenden Geradenabschnitte.
Aus Bild 21/1 b liest man für die "Schwellspannungen" $U_{e\nu}$, für die I_ν gerade noch null ist, ab

$$U_{e\nu} = I_T R_\nu + U_F \quad ,$$

$$U_0 = -I_T R'_\nu + U_F \quad ,$$

woraus durch einfache Umformung das Widerstandsverhältnis folgt

$$\boxed{\frac{R'_\nu}{R_\nu} = \frac{U_0 - U_F}{-U_e + U_F}} \quad . \qquad (22/2)$$

Da auch für Spannungen unterhalb $U_F \approx 0{,}5$ V ein geringer Diodenstrom fließt, werden die Knickpunkte in Bild 22/1 etwas angehoben, wodurch die Güte der Approximation verbessert wird.
Bei den o. g. Funktionsgeneratoren sind vor allem die Temperaturabhängigkeit der Diodenkennlinien und auch der nicht exakt konstante Spannungsabfall der Dioden nachteilig. Diese Nachteile werden vermieden, wenn man anstelle der Dioden extrem lineare Gleichrichter einsetzt, die ihrerseits eine typische OV-Schaltung darstellen (vergl. Abschnitt 13.6.2).

Um einen Funktionsgenerator für bipolare Spannungen zu erhalten, kann an den Eingang des OV ein zweites Dioden-Widerstands-Netzwerk nach Bild 21/1 geschaltet werden, welches mit der negativen Eingangsspannung $-U_e$ angesteuert wird.

A 23/1 : Dimensionieren Sie einen Diodenfunktionsgenerator nach Bild 21/1 für n = 3, der den positiven Ast der Parabel

$$U_a = k\,U_e^2 \qquad \text{mit} \quad k = 1 \cdot V^{-1}$$

durch die Tangenten in den Punkten U_e = 1, 2, 3 V approximiert. Die Betriebsspannung sei U_0 = -12 V, R_N betrage 10 kOhm.

L 23/1 : Mit Gl. (21/1) folgt für den Strom $I = I_1 + I_2 + I_3$

$$I = U_e^2 / kR_N = (0{,}1\ \text{mA/V}^2)\ U_e^2 .$$

Diese Parabel und die approximierenden Tangenten sind in Bild 23/1 angegeben.

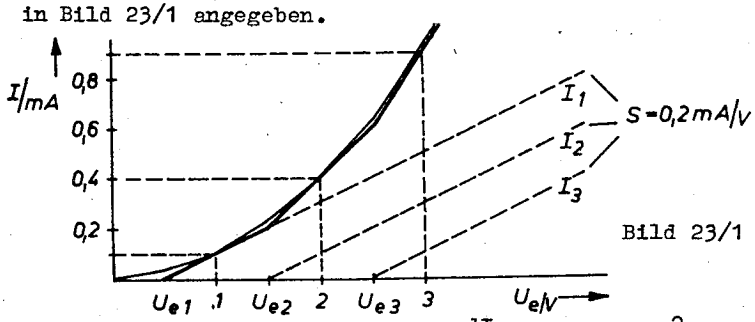


Bild 23/1

Die Steigungen betragen mit $S = \frac{dI}{dU_e} = (0{,}2\ \text{mA/V}^2) \cdot U_e/\text{V}$ für

U_e = 1 V	S = 0,2 mA/V,
U_e = 2 V	S = 0,4 mA/V,
U_e = 3 V	S = 0,6 mA/V .

Für die Schwellspannungen liest man aus Bild 23/1 ab:

U_{e1} = 0,5 V , U_{e2} = 1,5 V , U_{e3} = 2,5 V .

Man erkennt, daß die approximierende Kurve durch die Addition von 3 Stromverläufen I_1, I_2 und I_3 zustande kommt, die jeweils die Steigung 0,2 mA/V haben.
Aus Gl. (22/1) folgt dann

$$\frac{\Delta I_{1,2,3}}{\Delta U_e} = S = 1/R_{1,2,3}$$

und $R_1 = R_2 = R_3 = 1/S = \underline{5\ \text{kOhm}}.$

Für die Schwellspannung $U_{e1} = 0{,}5\ \text{V} = U_F$ folgt $R_1 = \infty$.
Aus Gl. (22/2) ergibt sich für

$U_{e2} = 1{,}5\ \text{V}$ $\qquad R_2 = \underline{50\ \text{kOhm}},$

$U_{e3} = 2{,}5\ \text{V}$ $\qquad R_3 = \underline{25\ \text{kOhm}}.$

13.4.3. Logarithmier- und Potenzierschaltungen

60

Die zum Aufbau dieser Schaltungen benötigten logarithmischen oder Exponentialfunktionen können im einfachsten Fall direkt von Dioden- oder Transistorkennlinien abgeleitet werden oder durch die aufwendigeren Diodenfunktionsgeneratoren erzeugt werden. Hier soll insbesondere die erstgenannte Realisierungsmöglichkeit behandelt werden.

In Bild 24/1 a,b sind zwei einfache Logarithmierschaltungen angegeben.

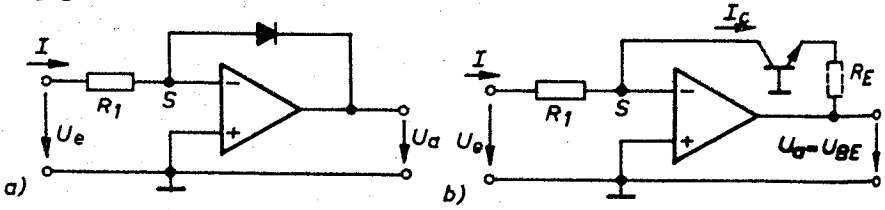


Bild 24/1 a) Logarithmierer mit Diode im Gk-Zweig
b) Logarithmierer mit Transistor im Gk-Zweig

Beim Diodenlogarithmierer (Bild 24/1 a) gilt für den Summationspunkt S $\quad U_e/R_1 = I \approx I_o \exp(-U_a/U_T) \quad$ (I_o Diodensperrstrom),

daraus folgt

$$U_a = -U_T \ln \frac{U_e}{I_o R_1} = -2{,}303\, U_T \log \frac{U_e}{I_o R_1} \quad \cdot \quad (24/1)$$

Diese Schaltung ist zum Logarithmieren von Eingangsströmen I im Bereich von nA bis mA verwendbar. Für einen größeren Strombe-

reich (bis pA-Gebiet) ist die Schaltung nach Bild 24/1 b besser geeignet. Hier stellt sich die Ausgangsspannung so ein, daß durch den Transistor der Kollektorstrom I_C fließt und es gilt

$$U_e/R_1 = I_C \approx |-I_E| = |-I_{EBo}| \exp\,(U_a/U_T)\,,\ (I_{EBo}\ \text{Reststrom}).$$

Daraus folgt

$$\boxed{U_a = -\,U_T \ln \frac{U_e}{|I_{EBo}R_1|} = -\,2{,}303\,U_T \log \frac{U_e}{|I_{EBo}R_1|}} \quad \cdot \qquad (25/1)$$

Durch die Spannungsverstärkung des Transistors wird die Schleifenverstärkung vergrößert, dadurch eventuell auftretende Schwingungen können durch einen Emitterwiderstand R_E (in Bild 24/1 b gestrichelt gezeichnet) unterdrückt werden (Stromgegenkopplung!).

Ein Nachteil der Logarithmierer nach Bild 24/1 ist ihre starke Temperaturabhängigkeit, denn die Sperrströme und auch U_T ändern sich mit der Temperatur.
Der relativ starke Einfluß der Sperrströme (vergl. Gl. (44/1), 2. Lbf.) kann eliminiert werden, wenn zur Logarithmierung ein Differenzverstärker verwendet wird.
Auch bei den Diodenfunktionsgeneratoren ist der Temperatureinfluß geringer.

Durch die Vertauschung von Widerstand und Transistor erhält man aus der Schaltung nach Bild 24/1 b einen einfachen e-Funktionsgenerator, bzw. einen Potenzierer (siehe Bild 25/1).

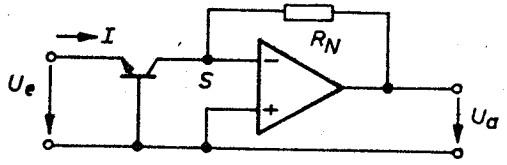


Bild 25/1 e-Funktionsgenerator

Für $U_e < 0$ gilt für den Summationspunkt S die Beziehung

$$I = I_{EBo} \exp\,(-U_e/U_T) = U_a/R_N\,,$$

bzw.

$$\boxed{U_a = I_{EBo}\,R_N \exp(-U_e/U_T)} \quad \cdot \qquad (25/2)$$

Soll anstelle des Ausdruckes $y = e^{ax}$ der Ausdruck $y = x^a$ ge-

bildet werden, so wird die Beziehung

$$y = x^a = e^{a \ln x}$$

ausgenützt. Danach ist die Größe x erst zu logarithmieren, nach einer Verstärkung, die dem Faktor a entspricht, ist schließlich zu potenzieren.

13.4.4. Multiplizierschaltungen, Dividierschaltungen [50]

Hier sollen nur die echten Multiplizierschaltungen betrachtet werden, bei denen das Produkt zweier beliebig zeitlich veränderlicher Spannungen der gleichen Größenordnung gebildet wird.
Sie werden für die analoge Informationsverarbeitung (z.B. "Echtzeitmultiplikation") und für die Meßtechnik (z.B. Leistungsmessung) benötigt. Sie sind auch als Modulatoren, als Frequenzumsetzer ("Mischer"), zur Frequenzvervielfachung oder als Stellglieder in Regelkreisen gut geeignet.
Für die letztgenannten Zwecke können oft aber auch einfachere Schaltungen eingesetzt werden. Die Vereinfachungen werden zulässig, wenn eine Spannung hinreichend klein vorausgesetzt werden kann oder wenn nicht erwünschte Anteile des Ergebnisses durch Frequenzselektion beseitigt werden können.
Speziell auf Frequenzumsetzer soll später noch eingegangen werden.
Je nach dem, wie die Multiplizierschaltung Faktoren unterschiedlichen Vorzeichens verarbeiten kann, unterscheidet man zwischen

- Einquadranten-
- Zweiquadranten- und
- Vierquadrantenschaltungen (vergl. Tafel 26/1).

Einquadrantenschaltung	$U_1 > 0$	$U_2 > 0$
Zweiquadrantenschaltung	$U_1 > 0$	$U_2 \gtrless 0$
Vierquadrantenschaltung	$U_1 \gtrless 0$	$U_2 \gtrless 0$

Tafel 26/1

Bei den Multiplizierern lassen sich im wesentlichen zwei Hauptgruppen erkennen:

(1.) Multiplizierer mit logarithmischen Funktionsgeneratoren.

Sie arbeiten nach dem Prinzip

$$\frac{U_1 \cdot U_2}{U_3} = \exp\ (\ \ln U_1 + \ln U_2 - \ln U_3\ ) \qquad (27/1)$$

und erfordern zu ihrer Realisierung z. B. Logarithmierer nach Bild 24/1 und Potenzierer nach Bild 25/1.
Diese Multiplizierer führen die Division als Multiplikation mit dem Reziprokwert, bzw. als Subtraktion des Logarithmus mit aus.

(2.) Multiplizierer mit quadrierenden Funktionsgeneratoren. Sie arbeiten nach dem Prinzip

$$U_1 \cdot U_2 = \frac{1}{4}\ \left[(U_1 + U_2)^2 - (U_1 - U_2)^2\right] \qquad (27/2)$$

und erfordern zu ihrer Realisierung Summier- und Subtrahierschaltungen, z. B. nach den Bildern 14/1 und 15/1 und außerdem Diodenfunktionsgeneratoren zur Approximation der Quadratur.

Eine Dividierschaltung läßt sich auch realisieren, indem eine Multiplizierschaltung entsprechend Bild 27/1 in den Rückkopplungszweig geschaltet wird.

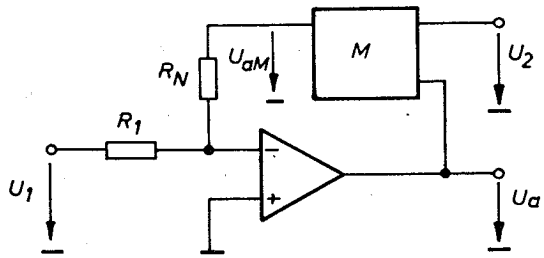


Bild 27/1 Dividierschaltung

Die Ausgangsspannung des Multiplizierers beträgt

$$U_{aM} = k\ U_2\ U_a \quad , \quad (k \text{ konstanter Faktor}),$$

für den Summationspunkt gilt dann

$$U_1/R_1 = - U_{aM}/R_N = - k\, U_2\, U_a/R_N , \qquad (28/1)$$

woraus schließlich folgt

$$\boxed{U_a = - \frac{1}{k} \cdot \frac{R_N}{R_1} \cdot \frac{U_1}{U_2}} \quad . \qquad (28/2)$$

Damit über den Multiplizierer immer eine Gegenkopplung erfolgt, ist mit dieser Schaltung nur eine Zweiquadrantendivision möglich.

13.5. Weitere schaltungstechnische Anwendungen

In diesem Abschnitt werden einige typische OV-Schaltungen behandelt, die für die verschiedensten Anwendungsgebiete benötigt werden.

13.5.1. Wechselspannungsverstärker

30

Die in Bild 28/1 gezeigte Schaltung arbeitet für Wechselspannungen als Elektrometerverstärker und es gilt

$$\boxed{u_a = (1 + R_N/R_1) \cdot u_e} \quad .$$

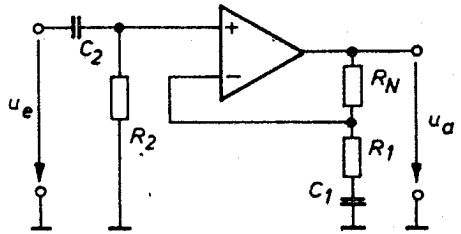


Bild 28/1 Wechselspannungsverstärker

Die untere Grenzfrequenz wird durch $\tau_2 = R_2\, C_2$ (Eingangsspannungsteiler) und $\tau_1 = R_1\, C_1$ (vergrößerung von R_1) bestimmt. Bei derartigen Schaltungen kann auf eine Offsetspannungskompensation verzichtet werden, da der Verstärker für Gleichspannungen voll gegengekoppelt ist ($U_a = U_N$), wodurch die Offsetspannungsverstärkung Eins ist.

Der Eingangsruhestrom I_P erzeugt an R_2 die Spannung $U_P = - I_P R_2$, der Eingangsruhestrom I_N an R_N die Spannung $U_N = I_N R_N$.
Die ausgangsseitigen Wirkungen dieser Spannungen verschwinden, wenn für $I_N = I_P$ auch $R_N = R_2$ gilt (Gleichtaktfall), wie dies bereits im Abschnitt 13.2.2 angegeben wurde.
Die Größe von $R_N = R_2$ richtet sich bei gegebenen Eingangsströmen nach der möglichen Gleichtaktaussteuerbarkeit des OV. Praktisch sind Werte von einigen MOhm möglich.
Der Wechselstromeingangswiderstand der Schaltung wird damit im wesentlichen durch R_2 bestimmt, da der eigentliche Elektrometerverstärker einen bedeutend höheren Eingangswiderstand besitzt.

13.5.2. Konstantspannungsquellen

30

In zahlreichen schaltungstechnischen Anwendungen werden extrem niederohmige Spannungsquellen benötigt. Zu ihrer Realisierung eignen sich besonders die beiden Standardschaltungen des gegengekoppelten OV nach den Bildern 29/1 a,b.

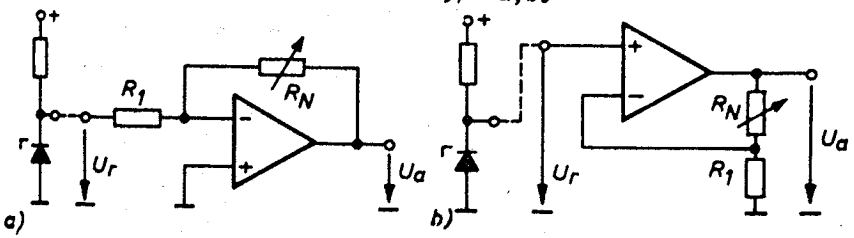


Bild 29/1 a) Spannungsquelle mit Umkehrverstärker
b) Spannungsquelle mit Elektrometerverstärker

In der Schaltung Bild 29/1 a, die für die Referenzspannung U_r als Umkehrverstärker arbeitet, wird das Referenzelement, meist eine Z-Diodenschaltung, mit dem konstanten Strom U_r/R_1 belastet. Für die mit R_N von Null aus regelbare Ausgangsspannung gilt

$$U_a = - \frac{R_N}{R_1} \cdot U_r \quad .$$

Die Schaltung nach Bild 29/1 b arbeitet als Elektrometerverstärker. Für die Ausgangsspannung gilt

$$\boxed{U_a = \left(1 + \frac{R_N}{R_1}\right) U_r \geqq U_r} \quad .$$

Das Referenzelement wird hier nur mit dem Eingangsruhestrom des OV belastet.

In beiden Schaltungen wird der Laststrom vom OV geliefert, dessen Ausgangswiderstand durch die Gegenkopplung auf jeweils r_{aOV}/g vermindert wird. Als Richtwert für die Änderung der Ausgangsspannung beim Übergang vom Leerlauf zur Vollast sei 0,01 % genannt.

Die Konstanz gegen Temperaturschwankungen wird vom Temperaturkoeffizienten des Referenzelementes und von der Drift des OV bestimmt.

13.5.3. Konstantstromquellen

50

Einfache Konstantstromquellen (Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung = "Stromtransistor") wurden bereits im Abschnitt 7.3 des 2. Lbf. behandelt.
Die im folgenden angegebenen OV-Schaltungen zeichnen sich demgegenüber vor allem durch eine geringere Temperaturabhängigkeit aus. Die mit ihnen erreichbaren Ausgangswiderstände r_a^* liegen in der gleichen Größenordnung.
Grundlage der Konstantstromquellen mit OV sind wieder die beiden Standardschaltungen des gegengekoppelten OV (Bild 31/1 a,b). Für die Schaltung nach Bild 31/1 a, die als Umkehrverstärker arbeitet, gilt

$$\boxed{I = U_1/R_1} \quad .$$

Die Spannungquelle U_1, meist eine Z-Diodenschaltung, muß dabei den gesamten Strom I liefern.

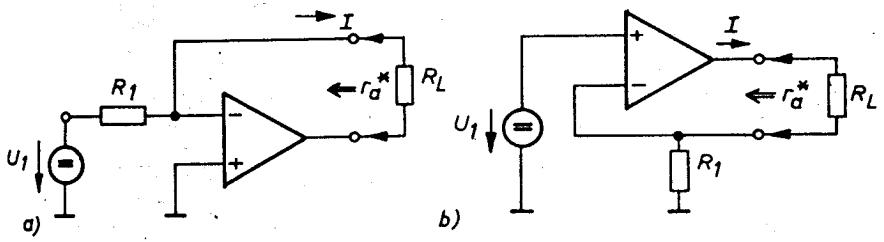


Bild 31/1 a) Konstantstromquelle mit Umkehrverstärker
b) Konstantstromquelle mit Elektrometerverstärker

A 31/1 : Berechnen Sie für die Konstantstromquelle nach Bild 31/1 a den Ausgangswiderstand r_a^*, wenn für den verwendeten OV gilt: $I_P = I_N = 0$, v_{Diff} endlich .

L 31/1 : Die Ersatzschaltung zur Berechnung des Ausgangswiderstandes ist in Bild 31/2 angegeben.

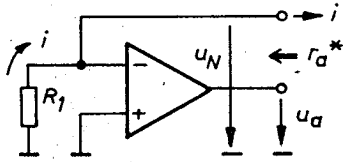


Bild 31/2
Ersatzschaltung zur Berechnung von r_a^*

Aus der Schaltung liest man ab: $u_N = - u_a/v_{Diff} = -iR_1$ und

$$\underline{r_a^*} = (u_a - u_N)/i = R_1(1 + v_{Diff}) \approx \underline{v_{Diff}\, R_1} \cdot \quad (31/1)$$

Die Schaltung nach Bild 31/1 b arbeitet als Elektrometerverstärker. Es gilt ebenfalls

$$\boxed{I = U_1/R_1} \quad ,$$

jedoch wird die Spannungsquelle U_1 hier nur mit dem Eingangsstrom des OV belastet. Für den Ausgangswiderstand liefert eine ähnliche Betrachtung wie in L 31/1 das gleiche Ergebnis Gl. (31/1).

Nachteilig ist für beide Schaltungen, daß der Verbraucher erdfrei sein muß.
Als Beispiel für eine Konstantstromquelle mit geerdetem Lastwiderstand sei die Schaltung nach Bild 32/1 angegeben.

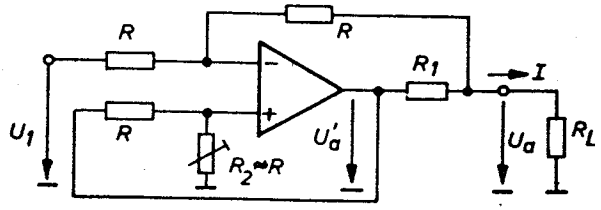


Bild 32/1 Konstantstromquelle mit geerdetem Lastwiderstand R_L

Die Schaltung arbeitet für die Spannungen U_1 und $U_2 = U'_a$ als Subtrahierer (vergl. Bild 15/1), und es gilt mit Gl. (15/1)

$$U_a = U'_a - U_1 \quad .$$

Die Differenz $(U'_a - U_a)$ ist aber andererseits auch durch den Spannungsabfall bestimmt, den der Laststrom an R_1 hervorruft, so daß gilt

$$U'_a - U_a = U_1 = I\,R_1 \quad \text{bzw.} \quad \boxed{I = U_1/R_1} \quad . \quad (32/1)$$

Durch einen Feinabgleich von $R_2 \approx R$ läßt sich der Ausgangswiderstand der Schaltung auch bei einem realen OV auf nahezu Unendlich abgleichen.

13.5.4. Komparatoren

40

Bei den folgenden Schaltungen (Bild 33/1 a,b) wird ausgenützt, daß der OV innerhalb eines kleinen Spannungsbereiches

$$U_{amin}/v_{Diff} < U_{Diff} < U_{amax}/v_{Diff}$$

von U_{amin} auf U_{amax} oder umgekehrt umschaltet (vergl. Bild 9/1). Diese Schaltungen sind zum Vergleichen einer Signalspannung mit einer gegebenen Referenzspannung U_r gut geeignet und werden vor allem als Schwellwertschalter und in Analog-Digital-Wandlern eingesetzt.

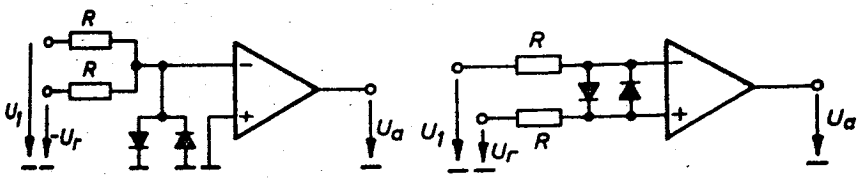


Bild 33/1 Einfache Spannungskomparatoren ohne Übersteuerungsschutz

In der Schaltung nach Bild 33/1 a liegt am Eingang des nicht gegengekoppelten OV die Spannung $U_N = -U_{Diff} = (U_1 - U_r)/2$.

Für $U_{Diff1} \geq U_{amax}/v_{Diff}$ erreicht der OV die positive und

für $U_{Diff2} \leq U_{amin}/v_{Diff}$ die negative Sättigung.

Die Offsetspannung U_o verschiebt je nach Polarität U_{Diff1} und U_{Diff2}.

Unter Vernachlässigung von U_o und des Übergangsbereiches $|U_{Diff1} - U_{Diff2}|$ in der typischen Größenordnung von 1 mV gilt

$U_a = U_{amax}$ für $U_{Diff} > 0$ bzw. $U_1 < U_r$

und $U_a = U_{amin}$ für $U_{Diff} < 0$ bzw. $U_1 > U_r$.

Unter den o. g. Vernachlässigungen gilt dieses Ergebnis auch für die Schaltung nach Bild 33/1 b.

Die Vertauschung der Eingänge des OV in den Schaltungen a und b bewirkt nur eine Vertauschung der Polarität am Ausgang.

Die Dioden begrenzen die Eingangsspannung U_{Diff} des OV auf ihre Flußspannung $U_F \approx 0{,}5$ V und verhindern eine eingangsseitige Überlastung. Sie sind aber wegen der hohen Differenzverstärkung nicht in der Lage, die ausgangsseitige Übersteuerung wirksam zu verhindern. Diese Übersteuerung hat einen ungünstigen Einfluß auf die Umschaltzeiten (vergl. Abschnitt 13.2.3).

Wegen der fehlenden Gegenkopplung ist für die angegebenen Schaltungen keine Frequenzgangkompensation erforderlich, sie würde die Umschaltzeiten nur weiter vergrößern.

In Bild 34/1 ist ein Komparator dargestellt, der als Umkehrad-

dierer für die Spannungen U_1 und U_r arbeitet.

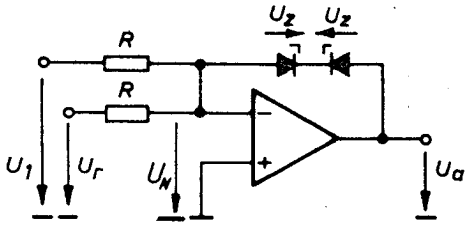


Bild 34/1
Umkehraddierer als Spannungskomparator

Für eine von null ansteigende Spannung $U_N = (U_1 + U_r)/2$ nimmt $U_a = - v_{Diff} U_N$ sehr rasch zu, da zunächst die Anti-Reihenschaltung der beiden Z-Dioden sehr hochohmig ist und die Gegenkopplung demzufolge kaum wirkt.
Für

$$U_a - U_N = U_Z + U_F \approx U_a$$

wird dagegen die Anti-Reihenschaltung sehr niederohmig und v' wird sehr klein. Die Z-Dioden verhindern durch ihre Gegenkopplungswirkung sehr wirksam das Ansteigen von $|U_a|$ über U_Z hinaus. Wird der Spannungsabfall $U_F \approx 0{,}5$ V der jeweils in Flußrichtung betriebenen Z-Diode vernachlässigt, so gilt

$$U_a = U_Z \quad \text{für} \quad U_1 < - U_r$$

und

$$U_a = - U_Z \quad \text{für} \quad U_1 > - U_r \; .$$

Durch die Gegenkopplung wird also die Übersteuerung und damit die Vergrößerung der Umschaltzeiten vermieden.
Der OV muß jedoch wegen der starken und nichtlinearen Gegenkopplung sorgfältig frequenzgangkompensiert werden.

13.5.5. Triggerschaltungen

90

Als Trigger bezeichnet man Schaltungen, die beim Erreichen eines definierten Eingangsspannungswertes von einem stabilen Zustand in einen anderen umschalten und die beim Unterschreiten eines zweiten Eingangsspannungswertes in den alten Zustand zurückkehren.
Solche Schaltungen sind z. B. als Schmitt-Trigger mit zwei am Emitter rückgekoppelten Transistoren verbreitet. Sie können aber auch unter Verwendung von OV realisiert werden, wobei die Schalt-

niveaus wesentlich genauer definiert sind.

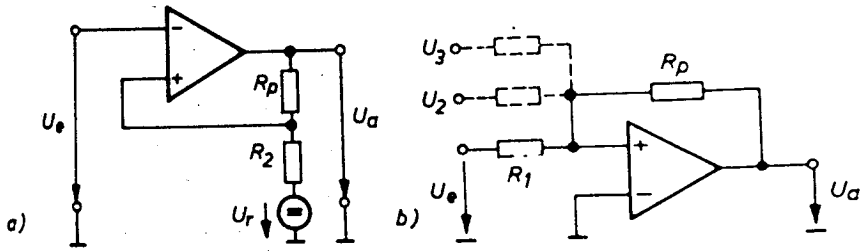


Bild 35/1 a) Trigger mit Differenzverstärker
b) Trigger mit nichtinvertierendem Verstärker

In der Schaltung nach Bild 35/1 a sei $U_e < 0$ angenommen, dann hat U_a den stabilen Wert $U_a = U_{amax}$. Am P-Eingang liegen durch den Spannungsteiler R_p, R_2 bestimmte Anteile von U_{amax} und der Referenzspannung U_r (vergl. Gl. (35/1)).

Die Spannung U_e erreicht von negativen Werten kommend dann den Einschaltpegel U_{eein}, wenn $U_{Diff} = U_p - U_{eein}$ gerade null wird. Eine Zunahme von U_e bewirkt dort eine schnelle Abnahme von U_a. Wegen der Mitkopplung nimmt dann aber auch U_p ab und U_a und U_{Diff} werden sofort weiter vermindert.
Der Umschaltvorgang läuft daher sehr schnell als "Kippvorgang" ab und die Ausgangsspannung springt auf den anderen stabilen Wert U_{amin}. Für die Schaltschwelle U_{eein} gilt

$$U_{eein} = U_r + (U_{amax} - U_r) \frac{R_2}{R_2 + R_p} \quad . \qquad (35/1)$$

Die Schaltung reagiert nun auf eine weitere Veränderung von U_e erst, wenn die Eingangsspannung von positiven Werten kommend soweit abgesunken ist, daß in Verbindung mit der nun negativen Spannung am P-Eingang die Differenzspannung null zustandekommt. Dies ist der Fall, wenn U_e den Wert

$$U_{eaus} = U_r + (U_{amin} - U_r) \frac{R_2}{R_2 + R_p} \qquad (35/2)$$

erreicht. Wegen der Mitkopplung erfolgt wieder ein schnelles Umschalten von U_{amin} auf U_{amax}.

Für die sog. "Schalthysterese" ergibt sich aus den Gl. (35/1) und (35/2)

$$\Delta U_e = U_{eein} - U_{eaus} = (U_{amax} - U_{amin}) \frac{R_2}{R_2 + R_p} \quad (36/1)$$

In vielen Fällen, z. B. bei der Triggerung von reinen Wechselspannungen, kann $U_r = 0$ gesetzt werden.
Zur Verdeutlichung ist die Ausgangsspannung des Triggers nach Bild 35/1 a als Funktion der Eingangsspannung in Bild 36/1 angegeben.

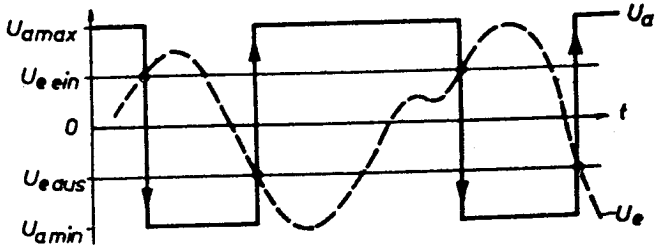


Bild 36/1 Ein- und Ausgangsspannungen eines Triggers

Der Trigger nach Bild 35/1 b arbeitet als nichtinvertierender Verstärker mit Spannungsmitkopplung.
Für eine große positive Eingangsspannung U_e ist sicher $U_a = U_{amax}$ und für eine genügend negative Eingangsspannung sicher $U_a = U_{amin}$. Diese beiden Zustände sind stabil.
Ein rasches Umkippen aus dem einen in den anderen stabilen Zustand erfolgt allgemein dann, wenn U_p durch Null geht. Die Schaltschwellen U_{eein} und U_{eaus} sind deshalb aus der Bedingung $U_p = 0$ zu berechnen.
Aus der Knotengleichung für den P-Eingang folgt, daß z. B. beim Unterschreiten des Wertes

$$U_{eaus} = -\frac{R_1}{R_p} U_{amax} \quad (36/1)$$

die Schaltung von U_{amax} nach U_{amin} kippt. Analog erhält man für den umgekehrten Vorgang

$$U_{eein} = -\frac{R_1}{R_p} U_{amin} \quad . \quad (36/2)$$

Der Kippvorgang wird zwar durch U_e eingeleitet, hängt aber dann nur noch von der Mitkopplung über R_p ab.
Die Schaltung kann analog zum Umkehraddierer zum Additions-

Trigger erweitert werden, indem man dem P-Eingang weitere Spannungen über Widerstände zuführt (vergl. Bild 35/1 b). Damit können z. B. die Schaltschwellen verändert werden.

13.6. Anwendung in der Meßtechnik

Von den zahlreichen, spezifisch meßtechnischen Anwendungsmöglichkeiten des OV sollen in diesem Abschnitt nur wenige Demonstrationsbeispiele behandelt werden.

13.6.1. Voltmeter, Amperemeter, Ohmmeter

40

Auf Grund seines hohen Eingangswiderstandes eignet sich der Elektrometerverstärker (vergl. Abschnitt 6.2, 2. Lbf.) zur hochohmigen Spannungsmessung (Bild 37/1 a).
Zu beachten ist, daß der Eingangsruhestrom des OV durch die Gegenkopplung nicht verändert wird, also das Meßobjekt stationär belastet.

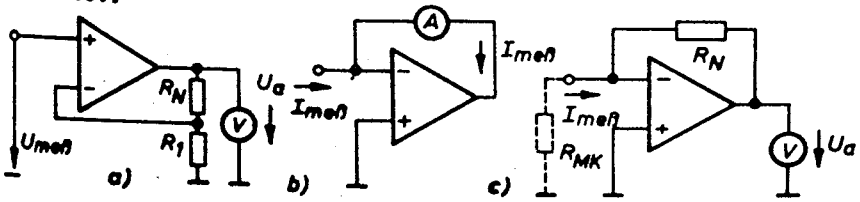


Bild 37/1 a) Elektrometerverstärker als Voltmeter
b) und c) Umkehrverstärker mit Gegenkopplung als Amperemeter

Der Eingangswiderstand eines invertierenden Verstärkers (vergl. Abschnitt 6.1, 2. Lbf.) geht für $R_1 = 0$ und $v_{Diff} = \infty$ gegen null. Deshalb ist diese Schaltung zur niederohmigen Messung kleiner Ströme geeignet. Die Schaltung nach Bild 37/1 b wird zur Messung von Strömen im mA-Bereich verwendet. Die indirekte Strommessung über $U_a = I_{meß} R_N$ nach Bild 37/1 c ist insbesondere für Ströme im pA-Bereich geeignet, indem man R_N entsprechend hoch wählt.

Der Innenwiderstand des Meßkreises R_{MK} darf bei dieser Schaltung nicht zu niedrig sein, denn er bestimmt in Verbindung mit R_N die Offsetspannungsverstärkung der Schaltung. Auch bei kompensierter Offsetspannung bleibt noch die Offsetspannungsdrift ΔU_o mit dieser Verstärkung verstärkt am Ausgang wirksam und

verfälscht unter Umständen das Meßergebnis.

A 38/1 : Ermitteln Sie die Ausgangsspannungsänderung ΔU_a infolge einer endlichen Offsetspannungsdrift ΔU_o für die Schaltung nach Bild 37/1 c, wenn der Innenwiderstand des Meßkreises R_{MK} ist !

L 38/1 : Als Ersatzschaltung ergibt sich der Elektrometerverstärker nach Bild 38/1.

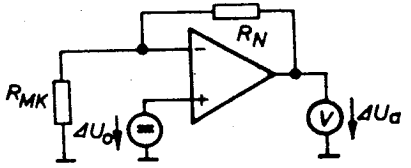


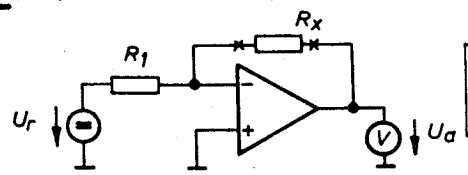
Bild 38/1

Mit den bereits bekannten Ergebnissen (vergl. Abschnitt 6.2, 2. Lbf.) gilt

$$v = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_o} = \left(1 + \frac{R_N}{R_{MK}}\right) .$$

A 38/2 : Leiten Sie aus der Schaltung und den Ergebnissen für die Konstantstromquelle nach Bild 31/1 a ein Ohmmeter ab !

L 38/2 :



$$R_x = \frac{U_a}{U_r} R_1$$

Bild 38/2 Ohmmeter

13.6.2. Präzisionsgleichrichter

20

Die Messung von Wechselströmen und -spannungen erfolgt oft auf dem Umweg über die Gleichrichtung. Da die Dioden keine idealen Schalterkennlinien haben, treten nichtlineare Charakteristiken und damit Meßfehler auf. Diese werden in der OV-Schaltung nach Bild 39/1 weitgehend vermieden.

Der OV arbeitet als gesteuerte Konstantstromquelle nach Bild 31/1 b, es gilt

$$i_R = u_N/R = u_e/R \quad .$$

Dieser Strom fließt unabhängig von den Diodenkennlinien durch die Diodenbrücke. Unter der Voraussetzung, daß die Diodensperrströme

vernachlässigbar sind, gilt für den am Meßinstrument angezeigten arithmetischen Mittelwert $\boxed{i_M = |i_R| = |u_e|/R}$.

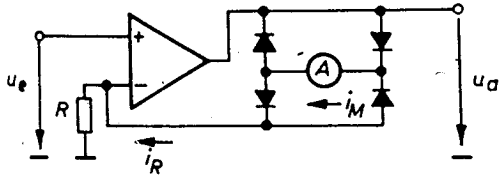


Bild 39/1
Präzisions-Vollweg-Gleichrichter

Für sehr kleine Beträge der Eingangsspannung, nämlich für

$|u_a| \leqq 2\,U_F$ bzw. $|u_e| \leqq 2U_F/v_{Diff}$ (U_F Diodenflußspannung)

sperrt die Diodenbrücke, und es erfolgt auch keine Anzeige. Da v_{Diff} sehr groß ist, sind keine nennenswerten Meßfehler zu erwarten, jedoch erfordern die resultierenden Totzeiten intensivere Maßnahmen zur Frequenzgangkompensation als bei linearer Gegenkopplung, damit die Stabilität gewährleistet ist.

13.7. Einsatz als Regelverstärker

100

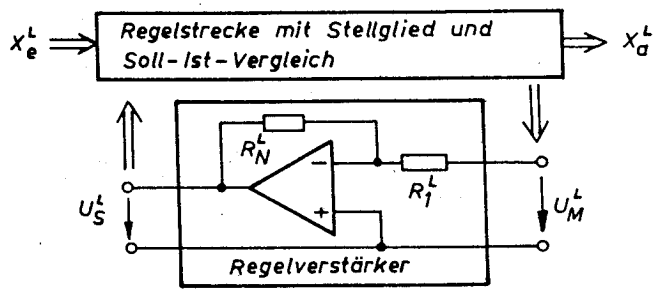


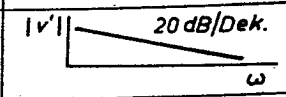
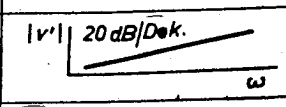
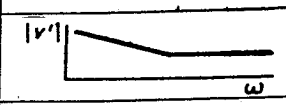
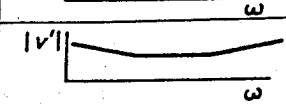
Bild 39/2 Regelkreis mit Regelstrecke und Regelverstärker (U_M^L Meßgröße, U_S^L Stellgröße)

Ein Regelkreis nach Bild 39/2 dient dazu, um eine Eingangsgröße X_e^L durch ein automatisch geregeltes Stellglied so zu beeinflussen, daß sie als Ausgangsgröße X_a^L einem Führungswert X_F^L sehr nahe kommt. Bei der Proportional-(P)-Regelung werden z. B. wie bei der Gegenkopplung, Störungen $X_a^L - X_F^L$ auf das 1/g-fache ausgeregelt, wobei $g = (1 - k^L v^L)$ ist und entsprechend Bild 39/2 gilt

$k' = U'_M / U'_S$ Übertragungsfkt. der Regelstrecke,

$v' = U'_S / U'_M$ Verstärkung des Regelverstärkers.

Der Regelverstärker (Regler) dient dazu, um die notwendige Schleifenverstärkung ($k' v'$) und den für Stabilität und optimales Zeitverhalten erforderlichen Frequenzgang zu gewährleisten. Das Hauptproblem ist die Stabilität des Regelkreises.
Ein OV mit beliebigen komplexen Gegenkopplungswiderständen R'_1 und R'_N bietet vielfältige Möglichkeiten, gewünschte Frequenzgänge zu realisieren (vergl. Abschnitte 13.3.2 und 13.4.1).
In der folgenden Tafel 40/1 sind einige Beispiele erläutert. Dabei wird die Stabilisierung des durch R'_1 und R'_N gegengekoppelten Verstärkers allein als bereits durchgeführt vorausgesetzt (vergl. Abschnitt 12.1, 4. Lbf. und Abschnitt 13.2.1).

Regelcharakteristik	R'_1	R'_N	Frequenzgang $\|v'\| = f(\omega)$ doppeltlogarithmisch
P (Proportional)	R_1	R_N	
I (Integral)	R_1	$1/j\omega C_N$	
D (Differential)	$1/j\omega C_1$	R_N	
PI	R_1	$R_N + 1/j\omega C_N$	
PID	$R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C_1}$	$R_N + 1/j\omega C_N$	

Tafel 40/1

Hier soll noch die Stabilisierung der äußeren Gk-Schleife in Bild 39/1, bestehend aus der Regelstrecke (einschließlich Stellglied) und dem Regelverstärker, betrachtet werden.
Die Regelstrecke enthalte nur einfache TP-Glieder mit den Grenzfrequenzen f_1, f_2 usw., z.B. entsprechend der Kurve k' in Bild 41/1. Wenn, wie in diesem Bild gezeichnet, die Grenzfrequenzen

relativ dicht beieinander liegen, so ist das Gebiet des 1/f-Abfalles (zwischen f_1 und f_2) klein, und es wird durch f_2, f_3 usw. schnell eine Phasendrehung $-\varphi > 180^\circ$ erreicht, bevor noch ein wesentlicher Betragsabfall eingetreten ist. Beim Einsatz eines breitbandigen, frequenzunabhängigen Regelverstärkers (P-Regler) würde daher bei relativ kleiner Schleifenverstärkung bereits Instabilität auftreten (vergl. Abschnitt 12.1, 4. Lbf.).
Ein an die Regelstrecke angepaßter Regler wird so dimensioniert, daß das Gebiet des 1/f-Abfalles nach beiden Seiten vergrößert wird, indem für den Regler

für	$f < f_1$	I-Verhalten,
für	$f_1 \leqq f \leqq f_2$	P-Verhalten und
für	$f > f_2$	D-Verhalten

realisiert wird. Es wird also ein PID-Regler mit R_1, C_1, R_N, C_N nach Bild 41/2 benötigt, der die $|v''|$-Kurve aus Bild 41/1 realisiert.

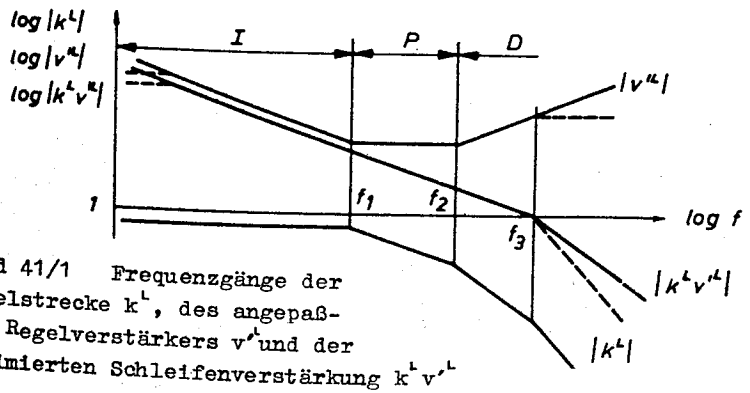


Bild 41/1 Frequenzgänge der Regelstrecke k^L, des angepaßten Regelverstärkers v'^L und der optimierten Schleifenverstärkung $k^L v'^L$

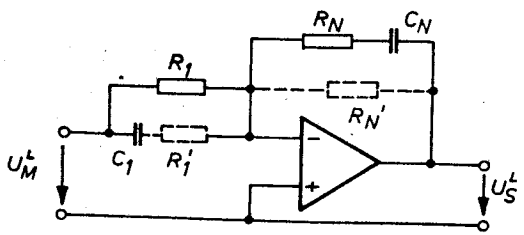


Bild 41/2
Beschalteter Regelverstärker
(PID-Regler)

Durch Multiplikation entsteht die maßgebende $|\underline{k}\,\underline{v}'|$-Kurve mit dem gegenüber der $\underline{k}$-Kurve nach beiden Seiten vergrößerten 1/f-Abfallbereich. Es liegt also Nacheil- u n d Voreil-Kompensation vor (vergl. Abschnitt 13.2.1).
In der Praxis verzichtet man für $f \to 0$ und $f \to \infty$ auf extrem hohe Verstärkungen und schließt durch die Zusatzwiderstände R'_N und R'_1 an die I- und D-Gebiete nach außen wieder P-Gebiete an. Diese Widerstände und die entstehenden Kurvenkorrekturen sind in den Bildern 41/2 bzw. 41/1 gestrichelt eingezeichnet.

14. Selektive Verstärker

Für die Nachrichtentechnik ist die Realisierung von selektiven Verstärkern mit steilen Übergängen (Flanken) zwischen einem sog. "Sperrbereich" und einem Übertragungs- bzw. "Durchlaßbereich" von besonderem Interesse. Die im Rahmen der Gerätekonzeption an diese Verstärker zu stellenden Selektionsforderungen liegen meist in Form eines sog. "Toleranzschemas" vor.
Man unterscheidet allgemein zwischen dem Tiefpaß (TP), dem Hochpaß (HP), dem Bandpaß (BP) und der Bandsperre (BS).
In Bild 42/1 sind jeweils das betreffende Toleranzschema und ein bzw. zwei reale, das Toleranzschema erfüllende Verstärkungsverläufe angegeben.

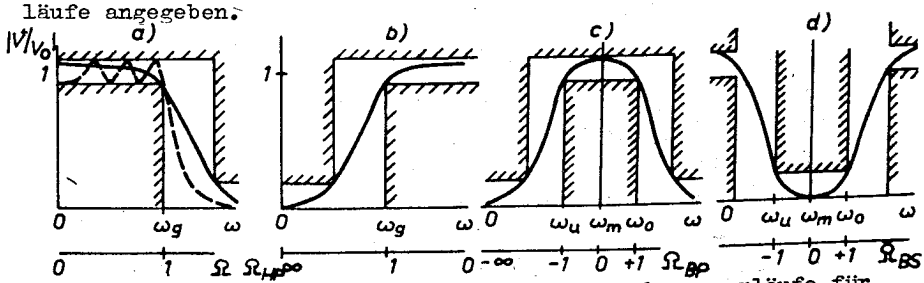


Bild 42/1 Toleranzschemata und reale Verstärkungsverläufe für a) Tiefpaß, b) Hochpaß, c) Bandpaß, d) Bandsperre

In diesem Abschnitt soll die Realisierung von Verstärkern mit TP-, HP-,und BP-Charakter behandelt werden. Dazu ist eine Einführung in die Filtertheorie erforderlich, die im Abschnitt14.1

gegeben wird. Zur Ergänzung sei folgende Literatur genannt:

Vielhauer, P.	Passive lineare Netzwerke, VEB Verlag Technik Berlin 1974;
Frühauf, H. / Trzeba, E.	Synthese und Analyse linearer HF-Schaltungen, Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig 1964 ;
Wunsch, G.	Theorie und Anwendung linearer Netzwerke, Teil 2, Akademische Verlagsgesellschaft Leipzig 1964 .

14.1. Abriß zur Filtertheorie

14.1.1. Tiefpaßfilter

Für ein passives Tiefpaßglied (RC-Glied) mit der Grenzfrequenz

$$\omega_g = 1/ R\ C \quad ,$$

wie sie in den Abschnitten 9.2, 3. Lbf. und 12.1.1, 4. Lbf. ausführlich behandelt wurden, lautet die Übertragungsfunktion

$$v^{\perp} = \frac{v_o}{1 + j\omega/\omega_g} = \frac{v_o}{1 + p/\omega_g} = \frac{v_o}{1 + j\Omega} = \frac{v_o}{1 + P} \quad , \quad (43/1)$$

mit der komplexen Frequenz $p = \sigma + j\omega$, (43/2)
(σ=0 für reelle Frequenzen)
der normierten Frequenz $\Omega = \omega / \omega_g$ (43/3)
und der normierten komplexen Frequenz $P = \Sigma + j\Omega$. (43/4)
(Σ=0 für reelle Frequenzen)
Die Kettenschaltung mehrerer passiver TP-Glieder mit den Grenzfrequenzen

$$\omega_{gv} = \omega_g / a_v \quad , (a_v \text{ Maßstabsfaktoren}) \quad (43/5)$$

$$v^{\perp} = \frac{v_o}{(1+a_1P)(1+a_2P)\ldots} = \frac{v_o/a_1a_2\ldots}{(P+1/a_1)(P+1/a_2)\ldots} = \frac{v_o/a_1a_2\ldots}{(P-P_1)(P-P_2)\ldots} \quad , \quad (43/6)$$

liefert zwar eine Versteilerung des Überganges zwischen dem Durchlaß und dem Sperrbereich (siehe hierzu die BODE-Diagramme Bild 6/1 des 4. Lbf.), aber bei weitem keinen optimalen Dämpfungsverlauf im Sinne der Approximation des Toleranzschemas. Das liegt daran, daß für RC-Glieder in der komplexen P-Ebene nur einfache oder mehrfache, negativ reelle Pole der Übertragungsfunktion möglich sind:

$$P_v = - 1/a_v \quad . \quad (43/7)$$

Der Betrag von $|\underline{v}|$ ist laut Gl. (43/6) für reelle Frequenzen $P=j\Omega$ umgekehrt proportional dem Produkt der Abstände

$$s_\nu = |j\Omega - P_\nu| \qquad (44/1)$$

von den einzelnen Polen P_ν zum laufenden Frequenzpunkt Ω.
Man erkennt aus Bild 44/1 a, daß sich bei reellen Polen bei von Null steigender Frequenz Ω grundsätzlich monoton steigende s_ν und damit eine allmählich fallende Übertragungsfunktion nach Bild 44/1 b ergeben.

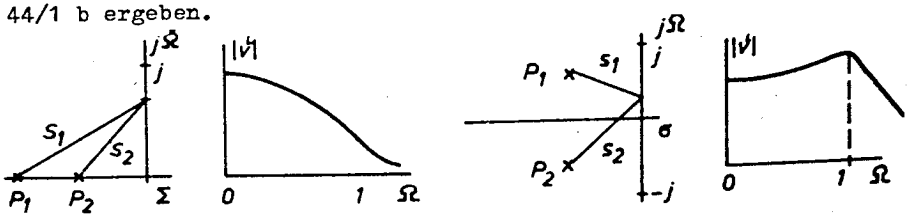


Bild 44/1 Beispiele für Polpläne und Übertragungsverhalten von Tiefpässen 2. Ordnung
a) und b) für reelle Pole
c) und d) für konjugiert komplexes Polpaar

Dagegen treten bei konjugiert komplexen Polen (Bild 44/1 c) als Funktion von Ω auch abnehmende s_ν auf, so daß durch eine Überlagerung von abnehmender und zunehmender Tendenz eine viel größere Freiheit für die Festlegung des Dämpfungsverlaufes von $|\underline{v}|$ möglich ist (siehe Bild 44/1 d).

Ein Vierpol aus linearen, zeitinvarianten und konzentrierten Elementen hat allgemein die Betriebsübertragungsfunktion

$$\underline{v}(p) = \underline{g}(p) \;/\; \underline{h}(p) \qquad . \qquad (44/2)$$

Das Nennerpolynom $\underline{h}(p)$ ist Hurwitzpolynom n-ten Grades, d. h. es besitzt nur reelle oder konjugiert komplexe Wurzeln.
Das Zählerpolynom $\underline{g}(p)$ ist ein reelles Polynom m-ten Grades mit $m \leq n$.

Für alle Standard-TP werden konjugiert komplexe Polpaare und nur bei ungerader Ordnung n ein zusätzlicher reeller Pol benutzt.
In Tafel 45/1 sind die Nennerpolynome und die entsprechenden Koeffizienten c_{jk} für die wichtigsten Standard-TP angegeben.
Beim "maximal flachen" oder "Potenz-TP", bei dem für $\Omega = 0$ alle

Ableitungen $\partial|v|/\partial\Omega$ bis auf die n-te verschwinden, liegen z. B. alle Pole auf der linken Hälfte des Einheitskreises in der p-Ebene und es gilt

$$P_\nu = -\sin\frac{2\nu-1}{2n}\pi + j\cos\frac{2\nu-1}{2n}\pi, \quad \nu = 1\ldots n \quad . \quad (45/1).$$

Durch die Zusammenfassung der konjugiert komplexen Polpaare ergibt sich

$$\boxed{(P-P_\nu)(P-P_{n-\nu}) = P^2 + 2P\sin\frac{2\nu-1}{2n}\pi + 1} \quad , \nu = 1,2\ldots \leq n/2). \quad (45/2)$$

Daraus sind die c_{jk} für den Potenz-TP leicht zu bestimmen.

n		
1	$1 + c_{11}P$	(45/3)
2	$1 + c_{21}P + c_{22}P^2$	(45/4)
3	$(1 + c_{31}P)(1 + c_{32}P + c_{33}P^2)$	(45/5)
4	$(1 + c_{41}P + c_{42}P^2)(1 + c_{43}P + c_{44}P^2)$	(45/6)

	c_{11}	c_{21}	c_{22}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{44}
P	1	2	1	1	1	1	1,848	1	0,765	1
T	1,352	0,987	1,663	3,480	0,369	1,283	2,140	5,323	0,192	1,154
B	1	1,362	0,618	0,756	1	0,477	1,340	0,489	0,774	0,389

Tafel 45/1 Nennerpolynome von TP-Filtern bis zur 4. Ordnung sowie Koeffizienten c_{jk} für Potenz-Tiefpässe (P), Tschebyscheff-Tiefpässe mit ± 1,5 dB Welligkeit (T) und Bessel-Tiefpässe (B).

Bei den Tschebyscheff-TP wird durch eine zugelassene Welligkeit im Durchlaßbereich (gestrichelte Kurve in Bild 42/1 a) bei gleichem Grad n eine größere Flankensteilheit als beim Potenz-TP erzielt. Noch weiter in dieser Richtung gehen die Cauer-Tiefpässe die eine Welligkeit im Durchlaßbereich und Dämpfungspole im Sperrbereich aufweisen. Die Bessel-TP haben im Durchlaßbereich einen maximal geebneten Gruppenlaufzeitverlauf und besitzen deshalb ein optimiertes Impulsübertragungsverhalten.

14.1.2. Tiefpaß-Hochpaß-Transformation

50

Aus Bild 42/1 ist ersichtlich, daß man aus einem TP einen HP erhält, in dem man den Frequenzmaßstab z. B. an der Frequenz $\omega = \omega_g$, bzw. $\Omega = 1$ spiegelt (vergl. auch Abschnitt 9.2, 3. Lbf.).
Es wird deshalb eine transformierte, normierte Frequenz definiert

$$P_{HP}/\omega_g = P_{HP} = 1/P = -\,j(\omega_g/\omega)_{\delta=0} \quad . \qquad (46/1)$$

Ersetzt man in den Gleichungen (43/5) bis (45/6) P durch P_{HP}, dann bleiben diese TP-Gleichungen für den HP gültig.
Durch die TP-HP-Transformation nach Gl. (46/1) wird jede TP-Kapazität C in eine HP-Induktivität L_{HP} verwandelt und umgekehrt, denn es gilt

$$P_{HP}C = P_{HP}\,\omega_g C = \omega_g\,C/P = \frac{\omega_g^2 C}{j\omega} = \frac{1}{j\omega\frac{1}{\omega_g C}} = \frac{1}{j\,\omega\,L_{HP}}$$

mit $$\boxed{L_{HP} = 1/\omega_g^2 C} \qquad (46/2)$$

und analog $$\boxed{C_{HP} = 1/\omega_g^2 L} \quad . \qquad (46/3)$$

Reelle Widerstände bleiben bei der Transformation unverändert.
Soll ein RC-TP in einen RC-HP transformiert werden, dann ist die Umwandlung nach der Gl. (46/2) unzulässig. Dort läßt sich schreiben

$$\frac{P_{HP}C}{G} = \frac{P_{HP}\,\omega_g\,C}{G} = \frac{\omega_g\,C}{P\,G} = \frac{C}{j\omega\,G/\omega_g} = \frac{G_{HP}}{j\,\omega\,C_{HP}} \quad ,$$

d. h. es müssen anstelle der Anwendung der Gl. (46/2) R und C einfach vertauscht werden,

$$\boxed{G_{HP} = \omega_g\,C} \qquad \text{und} \qquad \boxed{C_{HP} = G/\omega_g} \quad . (46/4)$$

Benutzt man nicht die transformierte Frequenz P_{HP}, sondern unverändert P, dann ist in den TP-Gleichungen P durch 1/P zu ersetzen. Für einen HP 2. Ordnung gilt dann z. B.

$$v^{\perp} = \frac{v_o}{1 + c_{21}/P + c_{22}/P^2} \quad , \qquad (46/5)$$

wobei die c_{jk}-Werte unverändert aus Tafel 45/1 zu entnehmen sind.

14.1.3. Tiefpaß-Bandpaß-Transformation

220

Als Beispiel für ein BP-Verhalten sei die Impedanz eines Parallelschwingungskreises nach Bild 47/1 betrachtet.

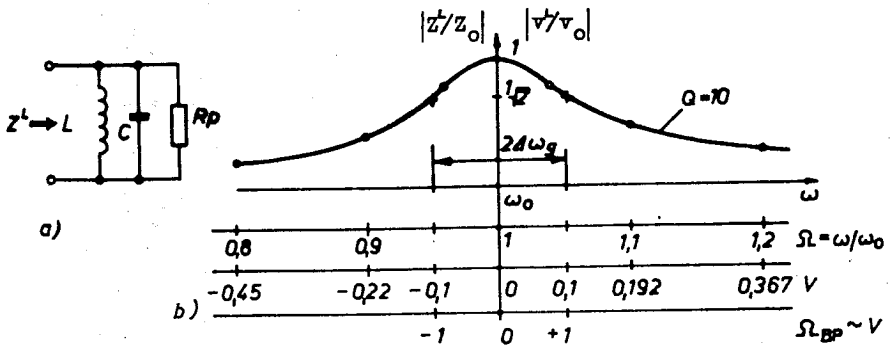


Bild 47/1 a) Parallelschwingungskreis
b) Impedanzverlauf

Mit der Resonanzfrequenz $\omega_o = 1/\sqrt{L\,C}$, (47/1)

der Güte $Q = R_P/\omega_o L = \omega_o C R_P$ (47/2)

und der (noch nicht transformierten) normierten komplexen Frequenz

$$P = j\omega/\omega_o = p/\omega_o = j\Omega \qquad (47/3)$$

ergibt sich

$$Z^L = \frac{1}{\frac{1}{R_P} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{\omega_o L \cdot P}{1 + \frac{P}{Q} + P^2} \quad . \qquad (47/4)$$

Für Resonanz $\omega = \omega_o$, d. h. $P = j\Omega$ gilt

$$Z^L(\omega=\omega_o) = Z_o = \omega_o L \cdot Q = Q\sqrt{L/C} = R_P \quad . \qquad (47/5)$$

Wird der Schwingkreis als Arbeitswiderstand einer Verstärkerstufe geschaltet, so ist die Ausgangsspannung proportional Z^L. Die Übertragungsfunktion des betrachteten Bandpasses folgt dann aus der Gl. (47/4), indem Z^L durch v^L und Z_o durch v_o ersetzt werden.

$$v^L = \frac{v_o P/Q}{1 + P/Q + P^2} \quad . \qquad (47/6)$$

Da ein Nennerpolynom 2. Grades auftritt, wird der durch Gl. (47/6) beschriebene Grund-Bandpaß bereits als Bandpaß 2. Ordnung bezeichnet.

Wird $Q > 1/2$ vorausgesetzt, so besitzt dieser BP ein konjugiert

komplexes Polpaar der Form

$$P_{1,2} = -\frac{1}{2Q} \pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} \approx -\frac{1}{2Q} \pm j \,. \quad (48/1)$$

Formt man die Gl. (47/4) und (47/6) in folgender Weise um

$$\frac{Z^{\perp}}{Z_o} = \frac{v^{\perp}}{v_o} = \frac{1}{1+Q(P+1/P)} = \frac{1}{1+jQ(\Omega-1/\Omega)} = \frac{1}{1+jQ(\frac{\omega}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega})} ,$$

$$\frac{Z^{\perp}}{Z_o} = \frac{v^{\perp}}{v_o} = \frac{1}{1+j\,Q\,V} , \quad (48/2)$$

so erkennt man, daß durch die Frequenztransformation

$$\boxed{P_{BP} = P_{BP}/\omega_0 = j\Omega_{BP} = Q(P+1/P) = jQ(\Omega-1/\Omega)} \quad (48/3)$$

mit der normierten Verstimmung $\Omega_{BP} = Q\,V$ (48/4)

und der Verstimmung $V = \frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} = \Omega - 1/\Omega$ (48/5)

die Bandpaßfunktion (47/6) in eine TP-Funktion

$$\frac{Z^{\perp}}{Z_o} = \frac{v^{\perp}}{v_o} = \frac{1}{1+j\Omega_{BP}} = \frac{1}{1+P_{BP}} \quad (48/6)$$

übergeht.

Aus den Gleichungen (48/4) und (48/5) ist erkenntlich, daß der Ω_{BP}-Maßstab in der geometrischen Mitte des Durchlaßbereiches beginnt und an den Bandgrenzen ($1/\sqrt{2}$-Abfall) die Werte

$$\Omega_{BPg} = \pm 1 \quad (48/7)$$

hat.

Für hinreichend hohe Güte Q (Richtwert $Q \geq 10$) erstreckt sich der Durchlaßbereich und der Übergang vom Durchlaßbereich zum Sperrbereich innerhalb eines Frequenzintervalles $\Delta\omega \ll \omega_o$, so daß mit

$$\omega = \omega_o + \Delta\omega$$

für Gl. (48/5) geschrieben werden kann

$$V = \frac{\omega_o+\Delta\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega_o+\Delta\omega} = \frac{2\Delta\omega\omega_o+\Delta\omega^2}{\omega_o^2+\omega_o\Delta\omega} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_o} . \quad (48/8)$$

Für die sog. "Schmalbandfilter" ist also die BP-TP-Transformation durch die Beziehung

$$\omega_{BP} = 2\,Q\Delta\omega = 2Q\,(\omega-\omega_o) \quad (48/9)$$

gegeben.

Die nichtlineare Transformation nach Gl. (48/3) ist im inte-

ressierenden Frequenzbereich durch die lineare Transformation nach Gl. (48/9) angenähert worden (vergl. auch Bild 47/1 b). Setzt man die Schmalbandnäherung Gl. (48/8) in Gl. (48/2) ein so erkennt man, daß die Bandgrenzen ($1/\sqrt{2}$-Abfall) bei

$$Q(2\Delta\omega/\omega_0) = \pm 1$$

liegen. Die Bandbreite, d. h. der Abstand zwischen den Bandgrenzen, von Schmalbandfiltern im ω -Maßstab ist daher

$$\boxed{B = 2\Delta\omega_g = \omega_0/Q} \quad . \qquad (49/1)$$

Mit $P \rightarrow P_{BP}$ bleiben die TP-Gleichungen (43/5) bis (45/6) gültig. Für die Admittanz einer zu transformierenden TP-Kapazität C folgt für den BP

$$P_{BP}C = P_{BP}\omega_0 C = Q\omega_0(P + 1/P)C = j\omega\, QC + \frac{\omega_0^2 QC}{j\omega} = j\omega\, C_{BP} + \frac{1}{j\omega\, L_{BP}},$$

also die Impedanz der Parallelschaltung einer Kapazität und einer Induktivität

$$\boxed{C_{BP} = Q\,C} \qquad \text{und} \qquad \boxed{L_{BP} = 1/\omega_0^2\, Q\, C} \quad . \qquad (49/2)$$

Analog transformiert sich eine Induktivität L in die Reihenschaltung von L_{BP} und C_{BP} mit

$$\boxed{L_{BP} = Q\,L} \qquad \text{und} \qquad \boxed{C_{BP} = 1/\omega_0^2 Q\, L} \quad . \qquad (49/3)$$

Abschließend sei noch die Polverteilung von TP und BP gegenübergestellt (Bild 50/1).
In Bild 50/1 a sind die Pole eines Potenz-TP 4. Ordnung dargestellt. Sie bewirken den maximal flachen Übertragungsverlauf im Durchlaßbereich $0 \leqq \Omega \leqq 1$, d.h. im Intervall $0 \leqq \omega \leqq \omega_g$.
Die Pole P_1 und P_4 sowie P_2 und P_3 sind jeweils als konjugiert komplexes Polpaar zu realisieren.

Diesem TP 4. Ordnung mit der Grenzfrequenz $\Omega_g = 1$ entspricht der Bandpaß 8. Ordnung mit der Bandbreite $B = 2\Delta\omega_g$ und der transformierten Grenzfrequenz $\Omega_{BPg} = 1$, der in Bild 50/1 b dargestellt ist. Die 4 Pole P_1 bis P_4 sind jedoch nur zusammen mit den konjugiert komplex liegenden Polen P_5 bis P_8 realisierbar.
Jedes konjugiert komplexe Polpaar wird dabei durch einen Grund-BP 2. Ordnung realisiert, wobei im Ursprung jeweils noch eine Nullstelle auftritt (vergl. Gl. (47/6)).

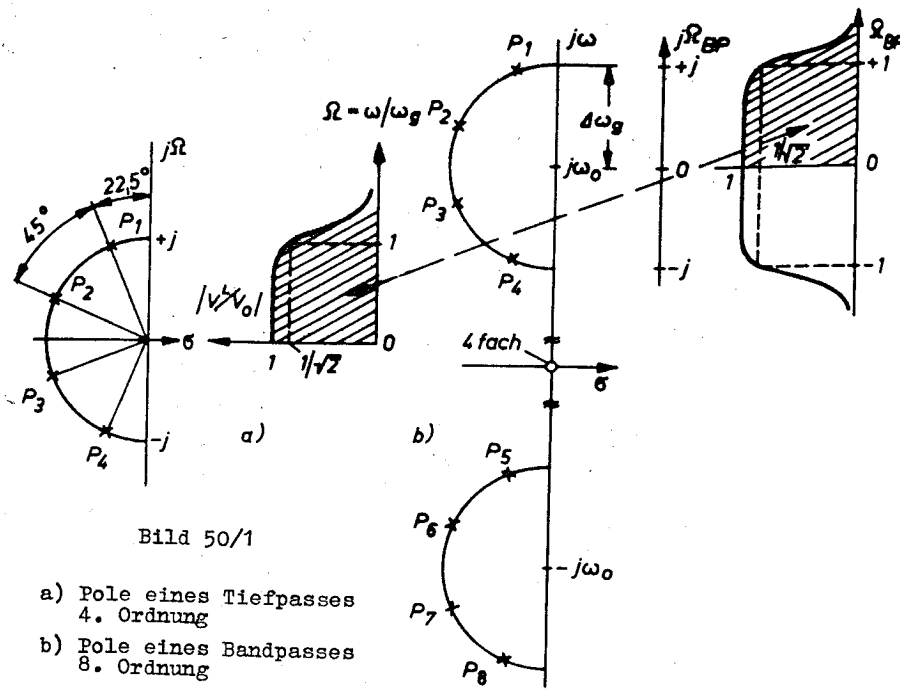


Bild 50/1

a) Pole eines Tiefpasses 4. Ordnung
b) Pole eines Bandpasses 8. Ordnung

Die insgesamt auftretende Nullstelle 4. Ordnung im Ursprung und die zu P_1 ... P_4 konjugiert komplexen Pole P_5 ... P_8 haben bei hinreichend schmalbandigen Bandpässen, d. h. für $\Delta\omega_g \ll \omega_b$, kaum Einfluß auf den Durchlaßbereich und den Übergang zum Sperrbereich, und man kann die Polverteilung P_1 bis P_4 wie bei einem TP berechnen.

14.2. Realisierung von Tiefpässen

100

Nach Abschnitt 14.1.1 sind vor allem Teil-Tiefpässe 2. Ordnung mit einem Nennerpolynom nach Gl. (45/4) erforderlich, deren Realisierung mit der passiven RCL-Schaltung nach Bild 50/2 möglich ist.

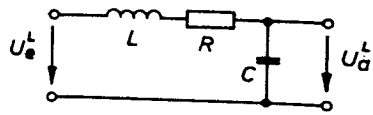


Bild 50/2
Passiver RLC-Tiefpaß 2. Ordnung

Für die Spannungsübertragung folgt

$$\frac{U_a^L}{U_e^L} = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R + j\omega L} = \frac{1}{1 + RCp + LCp^2} \quad \cdot \quad (51/1)$$

Die Koeffizienten des Polynoms in Gl. (51/1) $c_{21}=RC$ und $c_{22}=LC$ sind beliebig wählbar, z. B. auch im Sinne der Tafel 45/1.

Aus Miniaturisierungsgründen sind Induktivitäten unerwünscht. Ihre Nachbildung durch Gyrator- und Zirkulatorschaltungen (siehe Abschnitt 14.6) hat wenig praktische Bedeutung erlangt. Dagegen finden aktive RC-Schaltungen unter Verwendung von OV zunehmendes Interesse. Dabei unterscheidet man Schaltungen mit Einfach-Gk, mit Mehrfach-Gk und mit Einfach-Mitkopplung (siehe z. B. Nachrichtentechnik/Elektronik, Heft 11 (1974)).

Als Ausführungsbeispiel sei der besonders einfache, aktive RC-Tiefpaß mit Einfach-Mitkopplung nach Bild 51/1 analysiert.

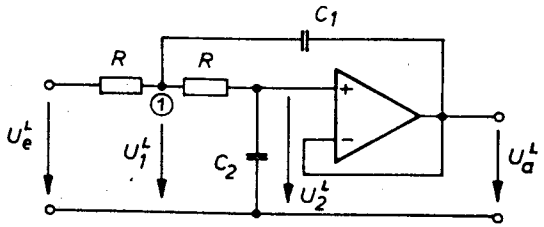


Bild 51/1 Aktiver RC-Tiefpaß 2. Ordnung mit Einfach-Mitkopplung

Durch die direkte Gegenkopplung zum N-Eingang arbeitet der OV als Spannungsfolger (Impedanzwandler) mit der Verstärkung $v'=1$ vom P-Eingang zum Ausgang. Dadurch wird die vom P-Eingang hochohmig, d. h. nahezu leistungslos abgegriffene Spannung am Ausgang niederohmig zur Verfügung gestellt.
Infolge der Bedingung $v'=1$ sind

1. die Anforderungen an den OV gering,
2. beliebige passive Mitkopplungen anwendbar, ohne daß Stabilitätsprobleme auftreten.

Die Knotengleichung für den Knoten (1) und die Spannungsteilerbeziehung für $U_P^L = U_2^L$ liefern:

$$\frac{\underline{U}_1^{\perp} - \underline{U}_e^{\perp}}{R} + (\underline{U}_1^{\perp} - \underline{U}_a^{\perp})\left(\frac{1}{R} + j\omega C_1\right) = 0 \quad , \tag{52/1}$$

$$\underline{U}_a^{\perp} = \underline{U}_p^{\perp} = \frac{1/j\,\omega\, C_2}{1/j\,\omega\, C_2 + R} \cdot \underline{U}_1^{\perp} = \frac{1}{1 + pC_2R} \cdot \underline{U}_1 \quad , \tag{52/2}$$

woraus folgt

$$\underline{U}_a^{\perp}(1 + 2pC_2R + p^2C_1C_2R^2) = \underline{U}_e^{\perp} \quad , \tag{52/3}$$

so daß mit $p = \omega_g P$ gilt (52/4)

$$\underline{v}'^{\perp} = \frac{\underline{U}_a^{\perp}}{\underline{U}_e^{\perp}} = \frac{1}{1 + 2P\omega_g C_2R + P^2\omega_g^2\, C_1C_2R^2} \cdot$$

Der Vergleich mit Gl. (45/4) liefert die Dimensionierungsgleichungen

$$C_2 = \frac{c_{21}}{2\,\omega_g\, R} \quad ; \quad C_1 = \frac{c_{22}}{\omega_g^2 C_2 R^2} = \frac{2\,c_{22}}{\omega_g c_{21} R} \tag{52/5}$$

mit den Werten c_{21} und c_{22} z. B. nach Tafel 45/1. R ist frei wählbar.
Über die technologische Realisierung aktiver RC-Schaltungen folgen noch einige Ausführungen im Abschnitt 14.7.

60

14.3. Realisierung von Hochpässen

Nach Abschnitt 14.1.2 erhält man aus der Schaltung nach Bild 50/2 durch Vertauschen von L und C einen passiven RLC-Hochpaß 2. Ordnung. Aus der Schaltung nach Bild 51/1 folgt durch Vertauschen von R und C entsprechend ein aktiver RC-Hochpaß 2. Ordnung, wie er in Bild 52/1 dargestellt ist.

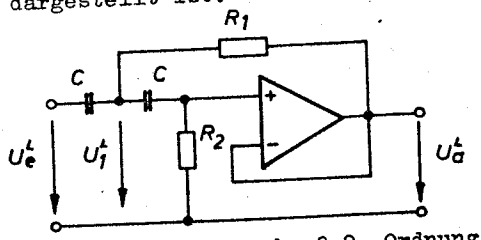


Bild 52/1 Aktiver RC-Hochpaß 2. Ordnung mit Einfach-Mitkopplung

A 53/1 : Weisen Sie nach, daß die OV-Schaltung nach Bild 52/1 eine Verstärkung nach Gl. (46/5) besitzt und geben Sie die Dimensionierungsvorschriften für R_1 und R_2 als Funktion der Polynomparameter c_{21} und c_{22} an !

L 53/1 : Analog zu den Gl. (52/1) und (52/2) ergibt sich hier

$$(U_1^{\mathcal{L}} - U_e^{\mathcal{L}})\, j\omega C + (U_1^{\mathcal{L}} - U_a^{\mathcal{L}})\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C\right) = 0 ,$$

$$U_a^{\mathcal{L}} = U_P^{\mathcal{L}} = \frac{R_2}{1/j\omega C + R_2} \cdot U_1^{\mathcal{L}} = \frac{pCR_2}{1 + pCR_2} \cdot U_1^{\mathcal{L}} .$$

Daraus folgt nach einfacher Zwischenrechnung

$$v^{\mathcal{L}} = \frac{U_a^{\mathcal{L}}}{U_e^{\mathcal{L}}} = \frac{p^2C^2R_1R_2}{1 + 2pCR_1 + p^2C^2R_1R_2} \qquad (53/1)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_g P}\,\frac{2}{CR_2} + \frac{1}{\omega_g^2 p^2}\cdot\frac{1}{C^2R_1R_2}} , \qquad (53/2)$$

woraus wieder abzulesen ist

$$R_2 = \frac{2}{c_{21}\,\omega_g\, C} \quad ; \quad R_1 = \frac{1}{c_{22}\,\omega_g^2\, C^2 R_2} = \frac{c_{21}}{2\, c_{22}\,\omega_g C} \quad ; \qquad (53/3)$$

C beliebig.

14.4. Realisierung von Bandpässen

14.4.1. Verstärker mit LC-Filtern

14.4.1.1. Überblick

40

Nach Abschnitt 14.1.3 stellt ein LC-Schwingkreis einen Bandpaß 2. Ordnung dar. Die einfachste Realisierungsmöglichkeit für Bandpaßfilter besteht nun darin, einen Parallelschwingungskreis als Arbeitswiderstand einer Verstärkerstufe einzuschalten. Diese Anordnung realisiert ein konjugiert komplexes Polpaar. Durch die Kettenschaltung mehrerer solcher Stufen sind bei geeigneter Wahl der Schwingkreisgüten ($\triangleq$ reeller Koordinate des Poles) und der Verstimmung der Schwingkreise gegenüber der Mittenfrequenz

des Bandpasses (≙ imaginäre Koordinate des Poles) die Polpläne für die optimierten Frequenzgänge der sog. "Standardapproximationen" zu realisieren. Solche Filter heißen Verstimmungsfilter. Die Analyse einer schwingkreisgekoppelten Verstärkerstufe wird im Abschnitt 14.4.1.2 noch ausführlich behandelt.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, daß zwischen zwei Verstärkerstufen ein Bandfilter aus zwei oder mehreren induktiv, kapazitiv oder galvanisch gekoppelten Schwingkreisen eingeschaltet wird. Die Theorie gekoppelter Schwingkreise, auf die hier nicht eingegangen werden kann, zeigt, daß dazu Schwingkreise gleicher Güte und Resonanzfrequenz verwendet werden können und nur durch die Größe der Kopplung von Schwingkreis zu Schwingkreis sowohl Real- als auch Imaginärteile aller konjugiert komplexen Polpaare festgelegt werden.
Da hier die Gesamtdurchlaßkurve nicht durch die Verstimmung der Kreise gegeneinander, sondern durch ihre Kopplung festgelegt wird, bezeichnet man diese Filter als Kopplungsfilter.

Eine Gegenüberstellung von Filterschaltungen mit verteilter Selektion (Einzelkreise oder vornehmlich zweikreisige Bandfilter zwischen den Verstärkerstufen) und Schaltungen mit konzentrierter Selektion (vielkreisige Bandfilter) erfolgt im Abschnitt 14.4.1.3.

Eine dritte Realisierungsmöglichkeit für Bandfilter folgt aus der TP-BP-Bauelementetransformation nach den Gl. (49/2) und (49/3). Dadurch wird z. B. die TP-Abzweigschaltung nach Bild 54/1 a in die BP-Abzweigschaltung doppelter Ordnung nach Bild 54/1 b verwandelt.

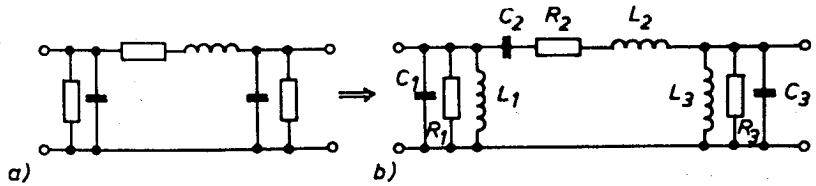


Bild 54/1 TP-BP-Transformation einer Abzweigschaltung 3. Ordnung
a) Tiefpaß
b) Bandpaß

Solche Schaltungen werden für Filter mit großer relativer Bandbreite benutzt. Sie sind für schmalbandige Filter, wie sie z. B. in der Nachrichtentechnik vorwiegend benötigt werden, kaum zu realisieren, da sich für geringe relative Bandbreiten sehr hohe Werte für die Serieninduktivität L_2 ergeben.

14.4.1.2. Verstärkerstufe mit Schwingkreiskopplung

200

Das Bild 55/1 zeigt eine Transistorstufe T1 mit einem Schwingkreis als Arbeitswiderstand. Der Transistor ist dabei über die sog. "Anzapfung" $m = w_1/w_{ges} < 1$ an den Schwingkreis angekoppelt. Die nachfolgende Stufe T2 ist über eine Koppelwicklung $w_2 = lw_{ges}$ $(l < 1)$ angekoppelt. Der Einfluß von Streuinduktivitäten sei vernachlässigt.
Die Basisspannungsversorgung erfolgt über einen Basisspannungsteiler. Die Kombinationen $R_E \| C_E$ dienen der Arbeitspunktstabilisierung (vergl. Abschnitt 8.2.3, 2. Lbf.).

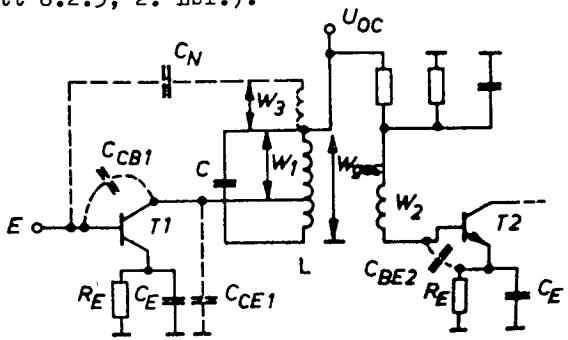


Bild 55/1
Schwingkreisgekoppelte Verstärkerstufen (gestrichelte Verbindungen werden im Text erläutert)

Die Vorteile der Schwingkreiskopplung sind aus Bild 55/1 direkt abzulesen:

(1.) Die parasitären Kapazitäten C_{CE1} und C_{BE2} liegen, auf die Werte $(m^2 C_{CE1})$ bzw. $(l^2 C_{BE2})$ transformiert, parallel zu C. Sie können daher in die Kreiskapazität eingestimmt werden und sind dann im Gegensatz zu den Breitbandverstärkern unschädlich.
Es ist jedoch darauf zu achten, daß der relative Anteil der transformierten Bauelementekapazitäten an der gesamten Kreiskapazität nicht zu groß wird, da sonst exemplarbedingte und aussteuerungsabhängige, sowie temperaturabhängige Verstimmungen auftreten können.

(2.) Durch eine gegenphasige Wicklung mit der relativen Windungszahl $n = w_3/w_{ges}$ läßt sich eine zu U_C^L gegenphasige Spannung U_N^L erzeugen, die über die "Neutralisationskapazität" C_N auf die Basis zurückgeführt wird. Für die gesamte Rückwirkung durch C_N und C_{CB1} gilt dann die Brückenschaltung nach Bild 56/1.

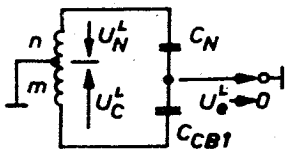


Bild 56/1
Neutralisationsbrücke

Durch geeignete Wahl von m, n, C_N und C_{CB1} läßt sich die Brückenleerlaufspannung gleich der ohnehin vorhandenen Basisspannung machen, so daß die Rückwirkung insgesamt wirkungslos, also "neutralisiert" ist.
Da auf Grund der hohen Verstärkung U_e^L gegenüber der Kollektorspannung U_C^L vernachlässigbar klein ist, gilt mit Bild 56/1 näherungsweise die Neutralisationsbedingung

$$\frac{1/C_N}{1/C_{CB}} \approx \frac{n}{m} \Rightarrow \boxed{C_N \approx \frac{m}{n} C_{CB}} \quad . \qquad (56/1)$$

(3.) Auf Grund der gebräuchlichen hohen Güte Q (Größenordnung 100) besitzt die Induktivität einen sehr kleinen Reihenverlustwiderstand R_R, der bei Resonanzfrequenz einem sehr hohen Parallelwiderstand R_P

$$R_P \approx \frac{L}{C\, R_R} \qquad (56/2)$$

entspricht, so daß die Stufe eine hohe Resonanzverstärkung hat. Die Gleichung $v \approx U_R/U_T$ ist hier n i c h t gültig, da für die Signalfrequenz der Resonanzwiderstand des Schwingkreises R_P, für den Gleichstrom aber der Spulenwiderstand R_R eingehen.

Im folgenden soll die Schaltung nach Bild 55/1 analysiert werden. Dazu wird zunächst die Wechselstromersatzschaltung nach Bild 57/1 aufgestellt. Dabei wird der Transformator durch einen Spartransformator ersetzt und der Eingangswiderstand der 2. Stufe als R_L eingeführt. Ferner wird vorausgesetzt, daß C_{CE1} und C_{BE2} in C

eingestimmt sind und C_{CB1} neutralisiert ist.
Wird weiterhin Resonanz vorausgesetzt und werden alle Widerstände auf den Transistorausgang transformiert und als Leitwerte geschrieben, so folgt die Schaltung nach Bild 57/1 b,
Dabei gilt: $G_P^* = 1/R_P^* = 1/m^2 R_P$, $G_L^* = 1/R_L^* = l^2/m^2 R_L$,

$g_{CE} = 1/r_{CE}$,

$u_a^* i_a^* = u_a i_a$, $i_a^* = - u_a^* G_L^*$, $u_e = i_e r_{BE}$.

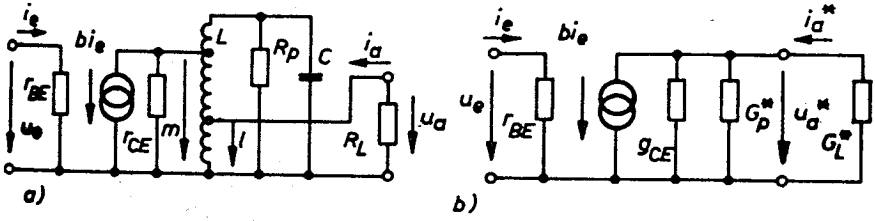


Bild 57/1 Kleinsignalersatzschaltungen zu Bild 55/1

Da ein Transformator mit beliebigem Übersetzungsverhältnis eingeschaltet ist, ist nicht die Spannungsverstärkung, sondern die Leistungsverstärkung von Interesse.
Mit Bild 57/1 b folgt für die Leistungsverstärkung v_P

$$v_P = \frac{-u_a i_a}{u_e i_e} = \frac{-u_a^* i_a^*}{u_e i_e} = \frac{G_L^*}{r_{BE}\, i_e^2} \left(\frac{b i_e}{g_{CE} + G_P^* + G_L^*} \right)^2 . \quad (57/1)$$

Erweitert man mit $4(g_{CE} + G_L^*)^2$, so läßt sich Gl. (57/1) schreiben

$$v_P = \underbrace{\frac{b^2 r_{CE}}{4 r_{BE}}}_{v_{P\,max}} \cdot \underbrace{\frac{4 G_L^* g_{CE}}{(g_{CE} + G_L^*)^2}}_{F_A} \cdot \underbrace{\frac{(g_{CE} + G_L^*)^2}{(g_{CE} + G_P^* + G_L^*)^2}}_{F_Q} . \quad (57/2)$$

Der 1. Faktor stellt die maximale Leistungsverstärkung der Emitterschaltung $v_{P\,max}$ dar. Die folgenden Faktoren sind nämlich ≤ 1.
Der 2. Faktor berücksichtigt die Fehlanpassung zwischen G_L^* und g_{CE}. Er durchläuft bei $G_L^* = g_{CE}$ das Maximum $F_{A\,max} = 1$.
Der 3. Faktor berücksichtigt die Schwingkreisverluste G_P^*. Ohne zwischengeschalteten oder bei verlustlosem Schwingkreis ist $G_P^* = 0$,

und F_Q nimmt den Wert $F_{Q\,max} = 1$ an.

Es sei B_o die Bandbreite des unbelasteten Schwingkreises und B die Bandbreite des in die Schaltung eingebauten, also durch G_L^* und g_{CE} belasteten Schwingkreises. Dann gilt mit den Gl. (47/2) und (49/1)

$$\frac{B_o}{B} = \frac{G_P^*}{G_P^* + g_{CE} + G_L^*} \quad ,$$

bzw.

$$1 - \frac{B_o}{B} = \frac{g_{CE} + G_L^*}{G_P^* + g_{CE} + G_L^*} = \sqrt{F_Q} \quad . \qquad (58/1)$$

Führt man in dem 2. Faktor F_A der Gl. (57/2) die Widerstände anstelle der Leitwerte ein und benützt man für F_Q die Gl. (58/1), so folgt aus Gl. (57/2) schließlich die Form

$$v_P = \underbrace{\frac{b^2\, r_{CE}}{4\, r_{BE}}}_{v_{P\,max}} \cdot \underbrace{\frac{4\, R_L^*/r_{CE}}{(1 + R_L^*/r_{CE})^2}}_{F_A} \cdot \underbrace{(1 - \frac{B_o}{B})^2}_{F_Q} \quad . \qquad (58/2)$$

Dieser Gleichung sind zwei wesentliche Aussagen zu entnehmen:

(1.) Unabhängig vom zwischengeschalteten Schwingkreis ist für maximale Verstärkung R_L^* an r_{CE} anzupassen.

(2.) Die Schwingkreisverluste sind zu vernachlässigen ($F_Q \to 1$), wenn $G_P^* \ll (g_{CE} + G_L^*)$ oder $B_o \ll B$ ist.

Wird dagegen von der Schaltung eine nahezu ebenso kleine Bandbreite B gefordert, wie sie der Schwingkreis allein aufweist, ist also $B \approx B_o$, dann ist ein hoher Verstärkungsverlust in Kauf zu nehmen ($F_Q \ll 1$).

14.4.1.3. Vorteile von konzentrierter und verteilter Selektion [20]

Bandpaßverstärker mit konzentrierter Selektion, bestehend aus einem OV oder einem anderen Breitbandverstärker und einem vielkreisigen Filter, z. B. auch einem mechanischen Filter, bieten zwei wesentliche Vorteile:

(1.) Es sind standardisierte und integrierte Verstärker anwendbar.

(2.) Es erfolgt keine Beeinflussung des Filters durch die temperatur- und betriebsspannungsabhängigen aktiven Bauelemente.

Diese Verstärker gewinnen daher an Bedeutung.
Im Abschnitt 9.5.2, 3. Lbf. war aber für die Emitterschaltung festgestellt worden, daß das Produkt aus Verstärkung und oberer Grenzfrequenz einen bestimmten Grenzwert hat (vergl. Gl. (18/3), 3. Lbf.). Mit Breitbandverstärkern kann also mit steigender oberer Grenzfrequenz nur eine immer kleinere Verstärkung realisiert werden. Daher wird diese Methode der Realisierung von Selektivverstärkern mit steigender Bandmittenfrequenz immer weniger vorteilhaft und schließlich unbrauchbar.
Man kann sich jedoch helfen, indem zu dem Filter, das die konzentrierte Selektion liefert, ein Selektivverstärker geringerer Selektivität in Kette geschaltet wird, der das Übertragungsverhalten dieses Filters nicht stört. Solche Verstärker erfordern aber einen erhöhten Aufwand.

Bei den Verstärkern mit verteilter Selektion, gleichgültig ob sie aus Verstärkerstufen mit Einzelschwingkreisen oder z. B. mit Zweikreis-Bandfiltern aufgebaut sind, werden dagegen die parasitären Kapazitäten in die Kreiskapazitäten eingestimmt oder neutralisiert, und es werden viel höhere Stufenverstärkungen und/oder Bandmittenfrequenzen erreicht.
Daher behält auch diese Realisierungsmöglichkeit, zumindest an der oberen Frequenzgrenze der Bauelemente weiterhin ihre Bedeutung.

20

14.4.2. Passive RC-Bandpässe

An Beispiel der Wien-Brücke, Bild 59/1, sei gezeigt, daß auch

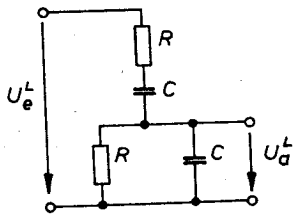


Bild 59/1
Wien-Brücke

mit passiven RC-Schaltungen Bandpässe nach Gl. (47/6), jedoch mit praktisch völlig unzureichender Güte realisierbar sind. Für den Spannungsteiler nach Bild 59/1 gilt

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\dfrac{1}{1/R + j\omega C}}{\dfrac{1}{1/R + j\omega C} + R + 1/j\omega C} = \frac{j\omega CR}{j\omega CR + (1 + j\omega CR)^2} .$$

Mit $P = j\omega / \omega_0$ und $\omega_0 = 1/RC$

folgt

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{P}{1 + 3P + P^2} . \qquad (60/1)$$

Der Vergleich mit der Gleichung (47/6) liefert die völlig unzureichende Güte Q und die "Verstärkung" v_o .

$$\boxed{Q = 1/3} \quad , \quad \boxed{v_o = 1/3} . \qquad (60/2)$$

Bei passiven RC-Schaltungen ist grundsätzlich $Q \leq 1/2$, da sonst gemäß Gl. (48/1) konjugiert komplexe Pole auftreten müßten, was im Widerspruch zum aperiodischen Verhalten von RC-Schaltungen ein (gedämpftes) periodisches Abklingen zur Folge hätte.

14.4.3. Aktive C-Schaltungen

50

Mit Hilfe von Gyratoren, Zirkulatoren oder Negativ-Impedanz-Konvertern werden Induktivitäten aus Kapazitäten "erzeugt" und damit LC-Filterschaltungen nachgebildet.
Obwohl solche Schaltungen wegen der hohen Anforderungen an die verwendeten OV und des hohen Aufwandes wenig praktische Bedeutung erlangen konnten, sei am Beispiel des Gyrators das Prinzip erläutert.
Der ideale Gyrator ist ein nichtreziprokes Netzwerkelement mit den Vierpolgleichungen (R_G = Gyratorkonstante)

$$\underline{U}_e = - \underline{I}_a R_G \quad , \qquad (60/3)$$

$$\underline{U}_a = \underline{I}_e R_G \quad . \qquad (60/4)$$

Das Bild 61/1 zeigt das Netzwerksymbol und die praktische Realisierung mit zwei OV.

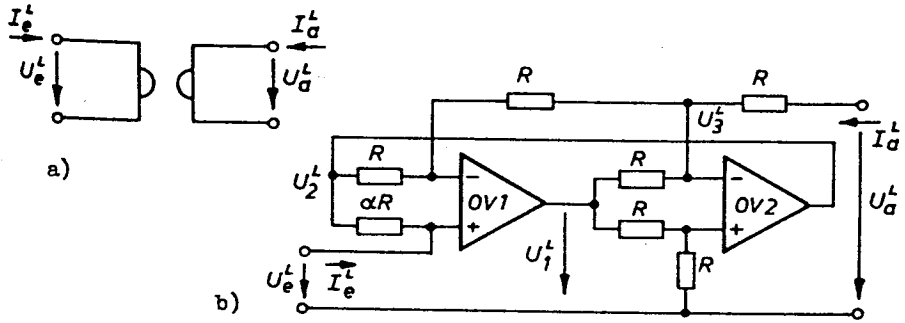


Bild 61/1 a) Netzwerksymbol des Gyrators
b) Realisierung mit zwei OV

Die Knotengleichungen für die Eingänge N_1, P_1, N_2 und P_2 der OV und die Maschengleichung für den Ausgang lauten

$$\begin{aligned}
&(U_2^{\perp} - U_e^{\perp})/R + (U_3^{\perp} - U_e^{\perp})/R = 0 \quad , \\
&(U_2^{\perp} - U_e^{\perp})/\alpha R + I_e^{\perp} = 0 \quad , \\
&(U_e^{\perp} - U_3^{\perp})/R + (U_1^{\perp} - U_3^{\perp})/R + I_a^{\perp} = 0 \quad , \qquad (61/1) \\
&(U_1^{\perp} - U_3^{\perp})/R - U_3^{\perp}/R = 0 \quad , \\
&(U_a^{\perp} - U_3^{\perp})/R - I_a^{\perp} = 0 \quad .
\end{aligned}$$

Daraus folgt nach einfacher Zwischenrechnung

$$\boxed{\begin{aligned} U_e^{\perp} &= - I_a^{\perp} R \quad , \\ I_e^{\perp} &= U_a^{\perp}/\alpha R \quad . \end{aligned}} \qquad (61/2)$$

Der Vergleich mit Gl. (60/3,4) zeigt, daß für $\alpha = 1$ ein idealer Gyrator mit $R_G = R$ vorliegt.
Wird der Gyrator mit

$$R_L^{\perp} = - U_a^{\perp}/I_a^{\perp}$$

abgeschlossen, so folgt aus Gl. (61/2) der Eingangswiderstand

$$R_e^{\perp} = \frac{U_e^{\perp}}{I_e^{\perp}} = - \frac{I_a^{\perp} R}{U_a^{\perp}/\alpha R} = \alpha \frac{R^2}{R_L^{\perp}} \quad . \qquad (61/3)$$

Die Gl. (61/3) beschreibt eine "Dualtransformation" $R_e^{\perp} = R_N^2/R_L^{\perp}$ (R_N = Dualitätsinvariante).

In der Anwendung für aktive C-Filter können Gyratoren einerseits zur Erzeugung einzelner, nahezu beliebig großer Induktivitäten benutzt werden.
Für $R_L = 1/j\omega C$ mit z. B. C = 1 µF, R = 0,1 MOhm und $\alpha = 1$ ergibt sich $R_e^L = j\omega C\alpha R^2 = j\omega L$ mit $\underline{L = 10^4\ H}$.

Andererseits können auch C-Vierpole in duale L-Vierpole transformiert werden, indem sie zwischen zwei Gyratoren geschaltet werden. Das Bild 62/1 a zeigt die aufzubauende aktive C-Schaltung. In Bild 62/1 b wurde die kapazitive π-Schaltung dual in die induktive T-Schaltung transformiert, und da sich zwei in Kette geschaltete Dualtransformationen wieder aufheben, verbleibt schließlich die Schaltung eines induktiv gekoppelten Zweikreis-Bandfilters nach Bild 62/1 c.

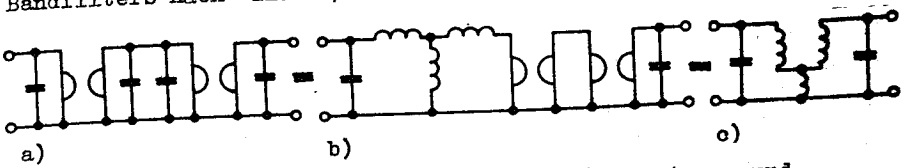


Bild 62/1 Bandpaßfilter 2. Ordnung mit zwei Gyratoren und Kapazitäten

50

14.4.4. Aktive RC-Schaltungen

Während passive RC-Schaltungen gemäß Abschnitt 14.4.2 lediglich Güten $Q \leq 1/2$ aufweisen, erreicht man mit aktiven RC-Schaltungen, das sind RC-Schaltungen mit OV oder anderen aktiven Elementen, Güten bis etwa 50, also fast ebenso große Werte wie bei den LC-Schaltungen.
Als Ausführungsbeispiel sei das "Filter mit Mehrfach-Gk" nach Bild 62/2 analysiert.

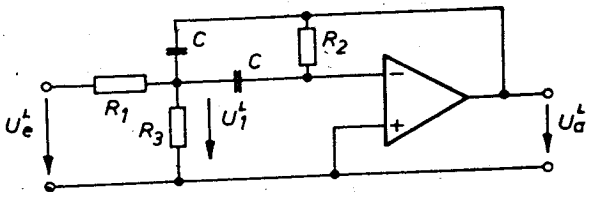


Bild 62/2
Aktiver RC-Bandpaß zweiter Ordnung mit Mehrfach-Gegenkopplung

Aus den Knotengleichungen

$$(\underline{U}_a^L - \underline{U}_1^L)j\omega C + (\underline{U}_e^L - \underline{U}_1^L)/R_1 - (j\omega C + 1/R_3)\,\underline{U}_1^L = 0\,,$$

$$\underline{U}_1^L\, j\omega C + \underline{U}_a^L/R_2 = 0$$

folgt mit $p = j\omega = P\omega_0$

$$v'^L = \frac{\underline{U}_a^L}{\underline{U}_e^L} = -\frac{pCR_2R_3}{R_1R_3(1+pCR_2)pC + R_3 + R_1(pCR_3+1)}\,, \qquad (63/1)$$

bzw.

$$v'^L = -\frac{P\,\omega_0\,C\,R_2\,R_3/(R_1+R_3)}{1 + 2P\,\omega_0 C(R_3 \parallel R_1) + P^2\,\omega_0^2\,C^2R_2(R_1 \parallel R_3)}\,.$$

Durch Vergleich mit der Gl. (47/6) erhält man die Dimensionierungsgleichungen

$$\omega_0 = 1/\,C\sqrt{R_2(R_1 \parallel R_3)}\,,$$

$$Q = \frac{1}{2}\sqrt{R_2/(R_1 \parallel R_3)}\,,$$

$$v_0 = R_2/2R_1\,.$$

Während in der Vergangenheit aktive RC-Schaltungen wegen der relativ engen Toleranzen mit diskreten Widerständen und Kapazitäten realisiert wurden, zeichnet sich für die Zukunft die Hybrid-Integration ab. In der in erster Linie in Frage kommenden Tantal-Dünnschichttechnik erfolgt eine Kathodenaufstäubung auf Keramiksubstrate. Dabei wird Tantal für die Widerstände, Tantalpentoxid als Dielektrikum für die Kondensatoren und Gold für die Leiterbahnen benutzt.
Sind nur geringe Güten erforderlich, ist kein Abgleich nötig, für höhere Güten erfolgt ein Nachgleichen der Widerstände.
Ein wesentlicher Vorteil ist die nahezu ideale Temperaturkompensation für das maßgebende Produkt (RC).